



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

ÁREA DE INGENIERÍA TÉRMICA

**SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN LECHO FLUIDO  
BIDIMENSIONAL PARA LA DETERMINACIÓN DE LA  
VELOCIDAD DE MÍNIMA FLUIDIZACIÓN**

PROYECTO FIN DE CARRERA

INGENIERÍA INDUSTRIAL, TECNOLOGÍAS ENERGÉTICAS

**Autor: PEDRO LUIS LÓPEZ CORSINO**

**Director: SERGIO SÁNCHEZ DELGADO**

**Co-director: FERNANDO HERNÁNDEZ JIMENEZ**

**NOVIEMBRE 2009**

*Pedro Luis López Corsino*

*15.IX.2009*

*A mi familia por darme la oportunidad, a mis amigos por soportarme, y para todos aquellos que me han ayudado a lo largo de mi periodo universitario. Para el resto olvido.*

## ***Índice***

### **Capítulo cero**

- *Introducción*
- *Resumen*

### **Capítulo primero:** *Introducción a fluidización y lechos fluidizados*

- I. Introducción de funcionamiento y clasificación*
- II. Aplicaciones*
- III. Regímenes de funcionamiento*
- IV. Parámetros característicos*
- V. Escalas de GELDART*

### **Capítulo segundo:** *Presentación del lecho simulado.*

- I. Características y consideraciones teóricas*
- II. Desarrollo del modelo*

### **Capítulo tercero:** *Simulación numérica y resultados obtenidos en la simulación con Fluent*

- I. Características de la malla utilizada en la simulación*
- II. Parámetros de resolución*
- III. Resultados obtenidos*

**Capítulo cuarto:** *Presentación de resultados empíricos del lecho simulado.*

- I. Presentación de los resultados empíricos*
- II. Comparación entre resultados empíricos y simulados*

**Capítulo quinto:** *Conclusiones y estudios futuros.*

**Bibliografía.**

## **Capítulo cero**

### ***I. Introducción***

El empleo de lechos fluidos en el ámbito ingenieril, e industrial en particular, es un campo en continuo desarrollo y amplio rango de aplicación dentro del sector. De este modo las aplicaciones actuales se dirigen principalmente a la mejora y control de procesos de diversa índole industrial.

Procesos como los de transferencia de calor, control de reacciones químicas, aplicaciones de gran interés ingenieril como son las combustiones o la mejora de procesos de gasificación de combustibles sólidos son algunas de los principales vertientes en las que los lechos fluidos pueden ser utilizados consiguiendo aumentar la eficiencia de los procesos. Estas anteriores aplicaciones junto a las de secado, adsorción o el craqueado de petróleo, son las de principal aplicación actual si bien las investigaciones indican que su rango de utilización se ampliará con el tiempo. Hecho que ya ha ocurrido en aplicaciones que tradicionalmente se han realizado con el uso de diferentes tecnologías a las de fluidización como son las últimas citadas.

Debido a esta tendencia y al importante reto de conocer el funcionamiento de un lecho fluido durante sus regímenes de fluidización las investigaciones y publicaciones al respecto son numerosas y de alta importancia dentro de la rama fluido-térmica de la ingeniería industrial. De este modo la parametrización y determinación de ciertas variables es de vital importancia a la hora de llevar a cabo la construcción de un lecho fluido. El presente proyecto se ha centrado en la determinación de la velocidad de mínima fluidización de un lecho en concreto. El conocimiento de la velocidad de mínima fluidización nos da a conocer el instante en el que el lecho pasa de su estado fijo a su régimen de mínima fluidización, estado en el que comienza a fluidizar y presentar las características propias de la fluidización. Siendo esta la razón del especial interés e importancia de su determinación.

Para conseguir los resultados se han empleado las herramientas de software basadas en CFD (computacional fluid dynamics) FLUENT, para la modelización y resolución del sistema planteado, y GAMBIT, para llevar a cabo el planteamiento geométrico del mismo. De este modo el sistema sobre el cual se ha trabajado es un lecho bidimensional de altura dos metros y anchura medio, con un lecho fijo de altura treinta centímetros, el cual se corresponde al ensayado y parametrizado empíricamente por Sergio Sánchez, mi director de proyecto.

El siguiente proyecto se ha dividido en tres partes de estudio. La primera en la que se muestra el sistema simulado y los resultados obtenidos en la simulación del modelo planteado. Una segunda parte en la que se presentan los resultados que se han obtenido empíricamente del lecho en cuestión. Y una tercera, y última, en la que se comparan y presentan los resultados y posibles diferencias entre la simulación y los datos obtenidos empíricamente.

Así, y para finalizar esta introducción, con el proyecto que se muestra a continuación no se ha intentado llevar a cabo un desarrollo e investigación sobre lechos fluidos, sino el empleo de dos herramientas de software de extendida utilización en el mundo ingenieril. Pudiendo evaluar su capacidad de resolución bajo las condiciones y parametrización elegida. Y así poder abrir el estudio de los modelos de simulación y comportamiento de los programas para llevar a cabo simulaciones sobre la determinación de la velocidad mínima de fluidización.

## **II. Resumen**

Como ya se ha citado el presente proyecto se ha realizado con la intención de poner a prueba las herramientas de simulación utilizadas y el modelo de simulación, así como la parametrización elegida, con los que se han conseguido los resultados mostrados en el capítulo correspondiente.

Es conocido por todos que las simulaciones numéricas de fluidos, provocado por su complejidad de sus ecuaciones, resultan aproximaciones al comportamiento real del fluido debido al empleo de modelos. Aún así siendo de mejor aproximación que los que se puedan llevar a cabo manualmente, no describen de forma totalmente real el comportamiento del fluido; del mismo modo que la toma de medidas empíricas es de una importancia crítica en los resultados obtenidos. Provocado por este hecho, no sería sino una utopía que los resultados de la simulación numérica coincidieran totalmente con los empíricos y teóricos presentados. Esto provoca que en los resultados mostrados se hallen incoherencias entre los resultados de ambos métodos, en la resolución del mismo problema.

Con los resultados numéricos presentados y los errores encontrados en la simulación, no se ha intentado hacer desaparecer con la aplicación de otros modelos o métodos de simulación, otra vía de solución o parametrización del modelo; ya que no es esa la finalidad del presente proyecto. Sino que simplemente con su planteamiento se deja abierta la puerta a futuros estudios que intenten optimizar la simulación numérica que se debe utilizar para la resolución de este caso o simplemente descartar el empleo de esta herramienta para la determinación de la velocidad de mínima fluidización.

De este modo con los resultados obtenidos podemos afirmar, junto a las referencias bibliográficas y resultados empíricos que:

- El empleo de la herramienta Fluent para la determinación de la curva de mínima fluidización no es la más adecuada. No siendo posible su determinación.
- Si bien la curva de mínima fluidización no ha podido ser conseguida con el empleo del software indicado, se ha logrado determinar una velocidad de mínima fluidización para el sistema modelizado con el empleo de otras técnicas de post-proceso de los datos obtenidos.
- Para determinar la velocidad de mínima fluidización se ha estudiado el comportamiento de la presión en un punto del lecho a lo largo del tiempo de simulación.
- En este post-proceso se han obtenido resultados coherentes a los encontrados en la bibliografía. De tal modo que se ha conseguido la morfología representativa del gráfico P-t, tanto para regímenes por debajo de mínima fluidización como para los superiores a esta velocidad.
- Con el análisis de las curvas P-t se ha conseguido determinar una velocidad de mínima fluidización, con un error asumible respecto al conseguido empíricamente. Para ello se ha relacionado los valores de la citada gráfica con la generación y paso de burbujas por el punto de medida elegido.
- Así podemos afirmar que el método empleado es suficiente para realizar una determinación aproximada de la velocidad de mínima fluidización, lo cual no le exime de no ser el recomendado para hacerlo. Por lo que es desaconsejable esta herramienta y método de cálculo.



## **Capítulo primero: Introducción a lechos fluidizados.**

### **I. Introducción a fluidización y lechos fluidizados.**

#### **A. Introducción de funcionamiento y clasificación**

La fluidización es el proceso a través del cual un conjunto de partículas sólidas consiguen las propiedades características, similares, a las de un fluido, al estar suspendidas por un flujo con caudal constante, tanto líquido como gaseoso. De este modo aparecen diferentes regímenes de funcionamiento y características propias en cada uno de ellos para el lecho. Estas se verán más adelante.

De forma general un lecho estará compuesto por un recipiente, que contiene una de las fases y un sistema de distribución del fluido en el recipiente. Así como diferentes elementos, en función de la aplicación de los lechos como recuperadores y suministradores de partículas o sistemas de intercambio de calor.

Las propiedades de las que goza un lecho fluido, comparable con las de un fluido son las de:

- Flotabilidad, ya que cualquier cuerpo sumergido en el lecho fluido de menor densidad que este “flotará” en él, mientras que uno de mayor densidad no lo hará.
- Horizontabilidad de su superficie libre, al igual que la conseguida por la superficie libre de cualquier líquido contenido en un recipiente.
- De la misma forma aparece el fenómeno de los vasos comunicantes entre lechos conectados y con su superficie libre a la misma presión.
- O la capacidad de “fluir” por un agujero practicado en un superficie en el interior del lecho.

Con carácter puramente introductorio se citarán los principales regímenes de funcionamiento en los que se puede encontrar un lecho fluido. Así en función de la presión o caudal de fluido inyectado sobre el lecho es posible obtener los regímenes de mínima fluidificación, lecho burbujeante, lecho turbulento, slugging, régimen de fluidización rápida o transporte neumático, siendo el estado estático el de lecho fijo.

Al margen de estas características comparables a las de un material en estado líquido se deben resaltar las siguientes propiedades, muy útiles en procesos de muy distinta índole, normalmente industrial:

- La alta capacidad de mezclado permite una mayor homogeneidad de propiedades en su interior, que ayudarán a ciertos procesos de común aplicación industrial.
- La característica anterior favorecerá aumentar la eficiencia en recesos como la transferencia de calor o procesos en los que el control de reacciones químicas se clave.
- Sus parámetros de control son múltiples y con un alto índice de configurabilidad, por lo que un mismo lecho puede tener diferentes propiedades y por tanto aplicaciones en función de su configuración y régimen de funcionamiento. Lo cual se traduce en una gran flexibilidad de diseño y utilización en algunos casos.

Pero no todo son ventajas en la utilización de lechos para procesos que se pueden realizar con otros sistemas y métodos. Así, por ejemplo, los principales inconvenientes del empleo de un lecho son la pérdida y desgaste de partículas sólidas del lecho, el desgaste del elemento contenedor o el control del tiempo de residencia de las partículas en su interior. Lo cual lleva a rigurosos programas de mantenimiento.

El primero es debido a la aparición del fenómeno de transporte de partículas sin que el régimen sea el de transporte neumático o el deterioro debido a las colisiones entre partículas en el lecho. Mientras que el desgaste es recíproco entre las partículas y la vasija contenedora. Controlar el tiempo de residencia es sumamente complicado debido a la naturaleza turbulenta del flujo alrededor de cada partícula por separado, cuando el lecho se encuentra fluidizado.

## **II. Aplicaciones**

A continuación se presentan las principales aplicaciones, de carácter industrial, en las que se emplean lechos fluidizados. Principalmente las aplicaciones se pueden dividir en operaciones físicas, aplicaciones de síntesis y reactores, combustores e incineradores, gasificadores y otras aplicaciones industriales específicas.

De este modo se realizará una breve descripción de cada una de ellas, ya que el objetivo de este capítulo es la de dar a conocer la tecnología de fluidificación únicamente

### *A. Operaciones físicas*

La utilización de lechos fluidos para la realización de operaciones físicas tiene como denominador común la necesidad de un eficiente mezclado y así maximizar procesos de naturaleza física como la transferencia de calor o de masa.

### *B. Intercambio de calor*

Como intercambiadores de calor son utilizados con el empleo de las partículas sobrantes en otro proceso a cierta temperatura, para calentar el fluido con el que se fluidifica, o viceversa. De este modo su empleo se lleva a cabo en procesos en los que se

requiere un aprovechamiento del calor residual de otro proceso y el empleo de un intercambiador tradicional (intercambio de calor entre fluidos) no es posible.

### *C. Adsorción*

Su aplicación en procesos de adsorción, eliminando algún elemento que se encuentre disuelto en el fluido o contenido en él, con el empleo de partículas capaces de adsorber este elemento disuelto o contenido en el líquido.

### *D. Secado*

El empleo de lechos para llevar a cabo procesos de secado permite tanto el secado por aporte de calor a través del fluido introducido como por el llevado a través de las partículas del mismo.

### *E. Combustión y gasificación*

Gracias a las características de los lechos fluidos, como son las de su alta capacidad de mezclado, transferencia de propiedades y homogeneización de las mismas en las zonas del lecho donde el régimen de funcionamiento se controla, su empleo en sistemas de combustión es altamente eficiente. Si a este hecho le unimos la capacidad de capturar ciertos productos de la combustión, como el  $\text{CO}_2$  o los  $\text{NO}_x$ , al añadir como partículas sólidas reactivos, son claramente sistemas ventajosos. De este modo se controlan y fijan estos productos en sustancias sólidas tratables posteriormente.

El principal inconveniente son las dificultades que presentan en el control y correcto mantenimiento de los lechos frente a los sistemas tradicionales de combustión.

Respecto a los sistemas de gasificación, en ellos se lleva a cabo un aporte de calor con un exceso de oxidante el cual será el fluido inyectado y controlado en el proceso,

consiguiendo ciertos gases que se aprovecharán en procesos posteriores con su combustión, libres de elementos que en su posterior combustión provocarán productos indeseados. Principalmente se lleva a cabo el proceso de gasificación con el carbón de forma que se eliminan de los gases que posteriormente se quemarán elementos como el azufre o compuestos con contenido en nitrógeno.

#### *F. Reacciones de síntesis*

En este tipo de aplicaciones el control de las propiedades del reactor es de alta importancia, así como la homogeneidad de estas. Así el control y homogeneidad de las propiedades de los reactivos queda garantizada con el empleo de un lecho

Las reacciones de síntesis se caracterizan por la necesidad de controlar la temperatura de los reactivos en todo el reactor, ya que en función de esta pueden aparecer productos no deseados o peligrosos. Es debido a esto por lo que el empleo de lechos fluidos con gas como fluido, al tener menor calor específico que los sólidos, se consiguen temperaturas controladas y homogéneas en todo el lecho.

#### *G. Otros procesos industriales*

Así catalogaremos a otros procesos industriales específicos dentro de aplicaciones específicas y características como son la industria metalúrgica, la petrolífera y la alimenticia, aunque su aplicación no se reduce a estos campos industriales, si que son los más importantes en su aplicación

Dentro de estos procesos se encuentran el crackeo del petróleo para la obtención de derivados del petróleo. Así con el control de la temperatura se consigue la separación de cada uno de estos compuestos.

Por otro lado tenemos la biofluidización a través de la cual se controlan procesos de cultivo de microorganismos y su extinción en productos orgánicos, tanto alimenticios, residuales o químicos y farmacéuticos.

### **III. Regímenes de funcionamiento**

En este apartado se llevará a cabo una descripción y explicación de los diferentes regímenes de comportamiento, que pueden aparecer en un lecho fluido. La existencia de estos diferentes regímenes de funcionamiento o comportamiento hacen que su aplicación sea de amplio rango, al ser sus características diferentes y determinantes según las necesidades a la que esté destinado o el régimen en el que se encuentre.

Por otra parte se debe comentar que no todos los regímenes descritos aparecerán en un lecho durante su fluidización. Así en función de los diferentes parámetros de funcionamiento del lecho y características de este habrá estados que se podrán reproducir en él o no. Uno de los principales factores a tener en cuenta en este sentido son el tipo de partículas utilizadas, ya que su naturaleza y características hacen que aparezca el efecto comentado. Por ejemplo, en el caso de las partículas del tipo Geldart B (las empleadas en nuestra simulación) pasan de lecho fijo o a expandido, con una relación cercana a 1/1.3, y de ahí a régimen de mínima fluidización, pasando por el de fluidización incipiente, y a burbujeante; sin por ello hacer que aparezca slugging en el lecho. Por el contrario las partículas tipo C, debido a su pequeño diámetro e importancia de las fuerzas cohesivas que aparecen entre ellas, hace que su fluidización sea complicada y que el régimen burbujeante sea imposible de conseguir sino se mezclan con partículas de mayor tamaño. Provocando la aparición de slugging y régimen turbulento, sin pasar por régimen burbujeante.

Conocidas estas primeras indicaciones debemos introducir que a partir de ahora únicamente nos referiremos a lechos fluidos en los que su fase fluida sea gas y partículas sólidas y homogéneas. Así definiremos el estado de reposo como lecho fijo, estando sus partículas en reposo, aún cuando se inyecta aire en el lecho. Esta definición implica que la inyección de aire en el lecho no consigue su fluidificación. Esto es debido a que únicamente conseguiremos el estado de mínima fluidificación cuando el aire inyectado, por efecto aerodinámico, sea capaz de sustentar las partículas del lecho dotando al

conjunto de estas de propiedades similares a las de un fluido, comentadas anteriormente. Definiéndose el instante anterior al de mínima fluidización como de fluidización incipiente.

Este instante de funcionamiento se modeliza a través del flujo alrededor de una esfera y se extiende, posteriormente, al conjunto de todas las partículas del lecho. Con el estudio de este flujo se define el coeficiente de resistencia  $C_D$ , el cual es el encargado de que un cuerpo, al enfrentarse a un flujo unidireccional, se vea sometido a una fuerza en la misma dirección y sentido del flujo. Si este flujo es en dirección vertical, la esfera al estar sometida a la fuerza de la gravedad, en el momento en que la fuerza ejercida por el flujo (fuerza de sustentación) sea igual a peso de la esfera esta “flotará”, y por tanto será “sostenida” por el fluido en su movimiento. Si este proceso se extiende y se definen, correctamente, las interacciones entre todas las partículas que forman el lecho se conseguirá definir el comportamiento del lecho en su estado de mínima fluidificación.

Cabe destacar que en la explicación anterior hemos referenciado al caso de una esfera sumergida en un flujo unidireccional para explicar el porqué de la fluidificación del lecho. A continuación se explicará el fenómeno con mayor detalle.

Conocemos que cada una de las partículas del lecho se verá afectada por su propio peso, el empuje aerodinámico generado por el flujo de aire y la flotabilidad de la partícula dentro del conjunto que forma el lecho.

La naturaleza del flujo alrededor de cada una de nuestras partículas es laminar. Se caracteriza, por tanto, por un dominio en el movimiento de efectos de la presión y efectos de cortadura provocados por viscosidad, al ser los efectos de la capa límite despreciables.



*Figura 1.1. Ilustración de las líneas de corriente alrededor de una esfera*

Este caso fue desarrollado y estudiado por primera vez por G.G. Stokes en el año 1851, que ha sido reiterado posteriormente, por numerosos estudios e investigadores. Con posteriores estudios se ha demostrado que el coeficiente de arrastre varía con el número de Reynolds y se consigue al igualar los términos de presión y los convectivos de las ecuaciones que gobiernan el movimiento, de modo que:

Para un flujos con Reynolds entre 0 y 0,4 se tiene que:

$$C_D = \frac{R}{1/2 \cdot \rho \cdot V_\infty^2 \left( \frac{\pi D^2}{4} \right)} = \frac{24 \cdot \mu}{\rho V_\infty D} = \frac{24}{\text{Re}} \quad (1.1)$$

Reynolds entre 0.4 y 500:

$$C_D = \frac{10}{\sqrt{\text{Re}}} \quad (1.2)$$

Y Reynolds superiores:

$$C_D = 0.43 \quad (1.3)$$

Junto a la consideración anterior debemos añadir la de la porosidad del lecho ( $\varepsilon$ ), la cual cambiará en función del régimen de funcionamiento ya que no existirán los mismos huecos entre partículas en un estado u otro de fluidización. Es por tanto que la porosidad del lecho será menor en estados dentro de fluidización, que en el momento de fluidización incipiente, lecho expandido y lecho fijo correlativamente.

De este modo el coeficiente de resistencia y el número de Reynolds quedan redefinidos, en función de la porosidad como:

$$C_{D\varepsilon} = C_D \frac{\varepsilon^3}{1 + (1 - \varepsilon)^{\frac{1}{3}}} \quad (1.4)$$



$$\text{Re}_\varepsilon = \text{Re} \left( \frac{1}{\varepsilon \cdot \exp \left( 5 \frac{(1-\varepsilon)}{3\varepsilon} \right)} \right) \quad (1.5)$$

Con las definiciones y explicaciones anteriores podemos concluir que, el peso de las partículas se debe igualar a la presión ejercida por el fluido inyectado y la fuerza de arrastre que ejerce este sobre las partículas, como se aprecia a continuación:

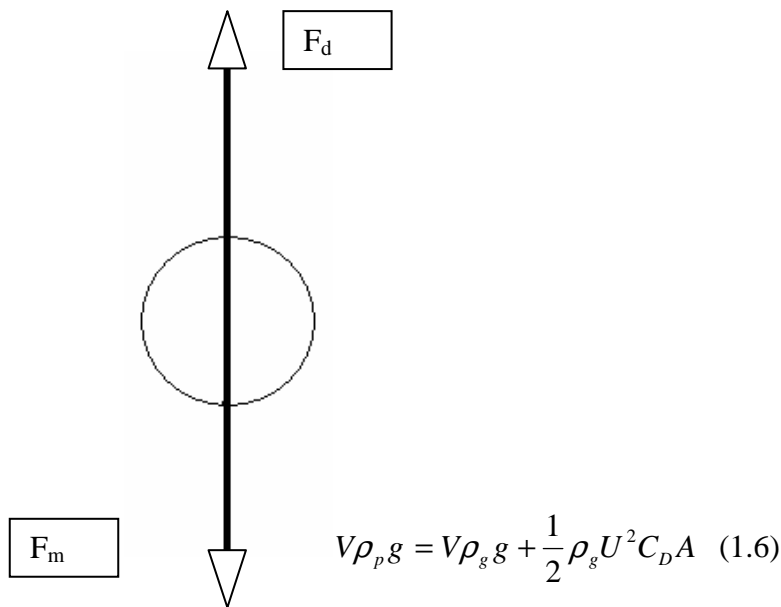


Figura1.2. Croquis de fuerzas sobre partícula

Si llevamos a cabo la Adimensionalización del problema obtendremos el número de Arquímedes:

$$Ar = \frac{3}{4} C_D \text{Re}^2 \quad \text{Donde: } Ar = \frac{d_p^3 \rho_g (\rho_p - \rho_g) g}{\mu^2} \quad (1.7)$$

Debido a que el desarrollo anterior se realiza sobre el modelo de una esfera en un flujo unidireccional y que las partículas utilizadas en los lechos no pueden ser consideradas totalmente esféricas, tenemos que añadir una nueva variable geométrica de alta importancia, la esfericidad. A través de la esfericidad se define cuánto de perfecta

son las partículas empleadas en comparación de una esfera. De este modo este coeficiente cuantifica el problema planteado, al ser incapaces de utilizar partículas con una esfericidad perfecta tal y como se plantea teóricamente.

Con este pequeño desarrollo se intenta conseguir una primera aproximación teórica la velocidad de mínima fluidificación, de modo que determinado el número de Reynolds y con él el coeficiente de arrastre  $C_D$  conseguiremos determinar la deseada velocidad de mínima fluidización.

Sin embargo en 1952 Ergun [5] determinó la caída de presión que aparece en un fluido al atravesar un medio poroso, a través de la siguiente definición:

$$\Delta P = \left[ \frac{150(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu \cdot u_0}{(\phi d_p)^2} + 1.75 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{\rho_g u_0^2}{(\phi d_p)} \right] L \quad (1.8)$$

Dónde se observa que el primer término se refiere a los esfuerzos viscosos y el segundo a los inerciales. De este modo a bajas velocidades dominará el término viscoso y a altas los inerciales, como cabría de esperar y queda plasmado en el resultado anterior

Por otro lado esta caída de presión será la necesaria para soportar el peso del conjunto de partículas del lecho fijo:

$$\Delta P = (1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_g)gL \quad (1.9)$$

Por lo que igualando ambas expresiones y adimensionalizando obtenemos que:

$$Ar = \frac{1.75}{\varepsilon^3 \phi} Re^2 + \frac{150(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 \phi^2} Re \quad (1.10); \text{que es una ecuación de}$$

segundo grado que resolveremos como:

$$\text{Re} = \frac{K_2 + \sqrt{K_2^2 + 4ArK_1}}{2K_1} \Rightarrow K_1 = \frac{1.75}{\varepsilon^3 \phi}; K_2 = \frac{150(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 \phi^2} \quad (1.11)$$

Obteniendo con ello el número de Reynolds y así la velocidad mínima de fluidificación, en función de dos constantes ( $K_1$  y  $K_2$ ) dependientes directamente de la porosidad y la esfericidad de las partículas utilizadas.

$$\text{Re}_d = \frac{\rho_p U_{mf} d}{\mu} \quad (1.12)$$

Numerosos investigadores han desarrollado estudios sobre el problema planteado. Wen y Yu [3] encontraron coincidencias en los resultados para diferentes tipos de partículas y condiciones del lecho para número de Reynolds entre 0.001 y 4000 consiguiendo resultados para las predicciones de la velocidad de fluidificación con una desviación estándar del 34%. De todos modos y en función de los diferentes autores se han conseguido los resultados que se muestran a continuación para las constantes  $K_1$  y  $K_2$ , presentadas anteriormente.

Autor de investigación	$K_2/2K_1$	$1/K_1$
Wen y Yu	33.7	0.0408
Richardson	25.7	0.0365
Saxena y Vogel	25.3	0.0571
Babu et al.	25.3	0.0651
Grace	27.2	0.0408
Chitester	28.7	0.0494

Tabla 1.1. Valores empíricos para las variables  $K_2$  y  $K_1$

Con esta introducción a la teoría y principio de fluidificación se pasará a presentar los diferentes regímenes que pueden aparecer en un lecho.

#### A. Régimen de mínima fluidificación

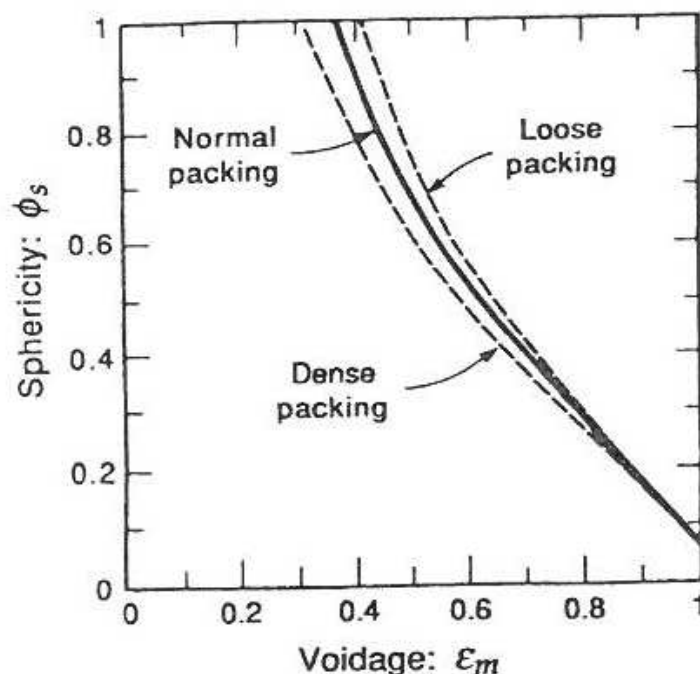
Se define el régimen de mínima fluidificación como aquel en el que se encuentra el lecho cuando sobre él se inyecta una corriente de aire a una velocidad tal que la

fluidificación del mismo comienza a ser patente. De este modo la más mínima disminución en la velocidad del flujo inyectado provocaría un estado en el que el lecho no estaría fluidificado y se encontraría en el estado de fluidización incipiente. Y disminuyéndola aún más su estado de lecho expandido y posteriormente fijo

Así la velocidad del flujo inyectado debe ser la suficiente como para que las partículas se sustenten y “floten” en la corriente de aire que atraviesa el lecho.

Es en este régimen, en el que las partículas dejan de comportarse como un conjunto sólido con una porosidad característica, y pasan a presentar las características propias de un lecho fluido, comentadas. Con ello, el aumentando de la porosidad respecto a su estado de reposo es una de estas características.

Como se ha presentado anteriormente la presión del flujo necesaria para conseguir la fluidificación del lecho fijo es función de la esfericidad de las partículas y la porosidad. De forma que podemos observar, en el siguiente gráfico, cómo la esfericidad y la porosidad están relacionadas indirectamente proporcionales.



*Figura 1.3. Variación de la porosidad con la esfericidad de las partículas*

Anteriormente se comentó la variación en la porosidad que experimenta el conjunto del lecho al pasar al estado de mínima fluidización, ya que la distancia entre partículas aumentará, y por tanto provocará el aumento de la porosidad. De este modo se han determinado de forma empírica, por diferentes investigadores, diferentes valores de la porosidad para partículas de diferente naturaleza y tamaño de partícula.

<b><i>Tamaño de partícula ; <math>dp(mm)</math></i></b>							
<b><i>Tipo de partícula</i></b>	<b><i>0.02</i></b>	<b><i>0.05</i></b>	<b><i>0.07</i></b>	<b><i>0.10</i></b>	<b><i>0.20</i></b>	<b><i>0.30</i></b>	<b><i>0.40</i></b>
Arena fina $\phi_s = 0.67$	----	0.60	0.59	0.58	0.54	0.50	0.49
Arena gruesa $\phi_s = 0.86$	----	0.56	0.52	0.48	0.44	0.42	----
Mezcla de arenas	----	----	0.42	0.42	0.41	----	----
Carbón y polvo de cristal	0.72	0.67	0.64	0.62	0.57	0.56	----
Antracita $\phi_s = 0.63$	----	0.62	0.61	0.60	0.56	0.53	0.51
Carbón en polvo	0.74	0.72	0.71	0.69	----	----	----
Catalizador Fischer-Tropsch $\phi_s = 0.58$	----	----	----	0.58	0.56	0.55	----

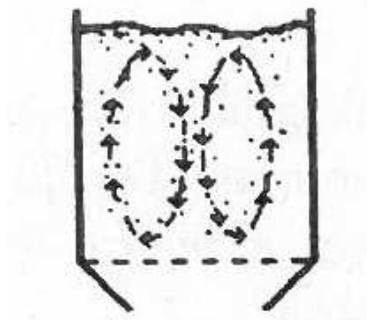
*Tabla 1.2. Variación de la porosidad con el tamaño de partícula, para mínima fluidización, y diferentes materiales*

### ***B. Régimen burbujeante***

Sobre lechos fluidos con caudales mayores la de mínima fluidización puede producirse la aparición del régimen definido como burbujeante.

En este régimen aparecen burbujas que se desplazan hacia la superficie libre del lecho, creciendo de forma significativa en su recorrido al producirse coalescencia entre las mismas y arrastrando con ellas partículas que vuelven a caer sobre el propio lecho. Pudiendo existir transporte, si bien este no es significativo. Así en este estado no es necesario el aporte, ni la recuperación de las partículas arrastradas por las burbujas. Debido a este efecto en el interior del lecho aparece un movimiento cíclico de las partículas del mismo que dependen y serán controlados por la morfología de los inyectores y de la geometría del propio lecho. A continuación se muestran las principales morfologías en el moviendo de las partículas en un lecho fluido en régimen burbujeante:

- Para lechos con relación  $L/D$  cercana a la unidad, aparece el movimiento de partículas mostrado en la siguiente figura.

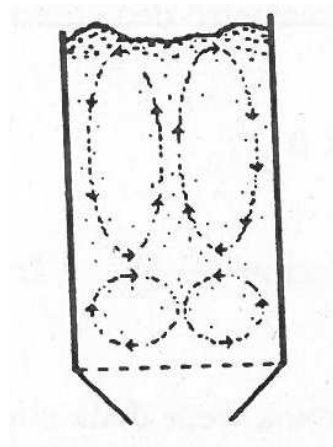


**Figura 1.4.** Lecho de relación  $L/D \approx 1$

En ella se puede observar que las burbujas que aparecen provocan un movimiento sobre las partículas, que hacen que asciendan por las zonas cercanas a las paredes del lecho y desciendan por la zona central.

Este morfología se hace patente para velocidades de inyección, dentro de régimen burbujeante, bajas. En cambio si la velocidad de inyección es suficientemente alta el sentido de ascensión y descenso se invierte.

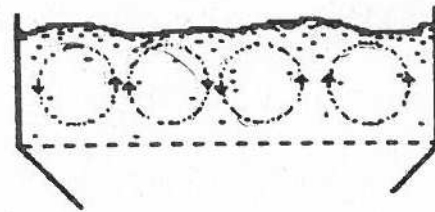
- Si la relación del lecho  $L/D$  es muy superior a la unidad, aparecen dos estructuras internas diferenciadas en el movimiento de las partículas durante el régimen burbujeante.



**Figura 1.5.** Lecho de relación  $L/D > 1$

De modo que en su parte superior aparecen las estructuras dominantes que aparecen para lecho de relación  $L/D$  cercana a la unidad. Mientras que en su zona inferior estas estructuras son de menor intensidad, pero de la misma morfología.

- El tercer tipo de morfología general, consiste en lechos en el que su relación  $L/D$  es mucho menor que la unidad. Por lo que son mucho más anchos que altos.



*Figura 1.6. Lecho de relación  $L/D < 1$*

En este caso las estructuras anteriormente descritas se reproducirán a lo largo de la anchura del lecho tantas veces como esta lo permita, como se puede observar en el gráfico adjunto.

Las configuraciones descritas anteriormente pueden ser alteradas con el empleo de diferentes tipos y combinaciones de inyectores, siendo las descritas las producidas por placas perforadas. Este efecto es debido a que la geometría y morfología de los inyectores pueden causar la aparición de direcciones preferentes y canalización del aire por zonas determinadas del lecho.

Cabe destacar que las partículas que no se ven afectadas por ninguna de las burbujas se mantienen en régimen de mínima de fluidificación, por lo que cuanto mayor sea la velocidad de inyección respecto a la de mínima fluidificación mayor será el número y tamaño de las burbujas que aparecerán. Del mismo modo este régimen no

aparece en todos los lechos, ya que la naturaleza y características de las partículas utilizadas influyen en su aparición, como se verá más adelante.

Numerosos investigadores han presentado modelos para definir la morfología de las burbujas formadas y el comportamiento de las mismas de forma cuantitativa. El más utilizado y extendido es el de Toomey y Johnstone [6] que modelan el diámetro de burbuja como:

$$d_b = 0.65 \left[ \frac{\pi}{4} D^2 (u_0 - u_{mf}) \right]^{0.4} \quad (1.13)$$

Definiendo también una velocidad de ascensión, fracción volumétrica de partículas, la porosidad del conjunto y la altura que alcanza el lecho.

*Velocidad de ascensión:*

$$u_b = 0.711 \sqrt{g d_b} \quad (1.14)$$

*Fracción volumétrica:*

$$\delta = \frac{u_0 - u_{mf}}{u_b - u_{mf}} \quad (1.15)$$

*Porosidad del lecho:*

$$\varepsilon_f = \varepsilon_b \delta + (1 - \delta) \varepsilon_p; \text{ donde : } \varepsilon_b = 1 \quad (1.16)$$

*Altura del lecho:*

$$H = H_{mf} \frac{1 - \varepsilon_{mf}}{1 - \varepsilon_f} \quad (1.17)$$

En el capítulo siguiente se mostrarán las relaciones existentes entre los diferentes parámetros, descritos, que influyen en el comportamiento del lecho y la aparición de los diferentes regímenes de fluidización posibles.



### *C. Slugging*

El régimen o efecto de slugging consiste en la coalescencia de burbujas hasta que estas ocupan toda la sección del lecho en una altura determinada. De este modo se produce el levantamiento de un “conjunto de partículas” del lecho, que se produce de forma periódica o cuasi-periódica e incontrolada.

Este efecto provoca grandes variaciones en la presión del lecho que pueden ser o no deseados en función de la aplicación del lecho. El efecto descrito se puede evitar o modificar con el uso de placas agujereadas para la inyección del fluido, de forma que se impida la formación de una burbuja que ocupe la sección completa del lecho. Otro método de control es el empleo de partículas y/o combinación de partículas que no favorezcan el Slugging, ya que partículas de pequeño tamaño, en el que las fuerzas de cohesión sean considerables y proclives a la generación de conglomerados favorecerán la aparición de este efecto.

Para controlar este fenómeno es interesante conocer la velocidad mínima a partir de la cual puede aparecer este fenómeno, que como se observa es función del diámetro de partícula:

$$u_s = u_{mf} + 0.07\sqrt{gD} \quad (1.18)$$

Para finalizar con la descripción de este efecto queda exponer que la aparición del mismo es evitada debido a la pérdida de las propiedades más interesantes de los lechos, como la homogeneidad de propiedades, evitar el transporte y pérdida de partículas o las irregularidades de presión en el sistema que el Slugging provoca.

### *D. Régimen turbulento*

Una vez tenemos estabilizado el régimen burbujeante si aumentamos la velocidad del aire inyectado en el lecho, este pasará a régimen turbulento, si las condiciones y características del lecho lo permiten.

. En este régimen, debido a la mayor inyección de aire, el porcentaje de burbujas que en él aparecen es mayor al del régimen burbujeante; reduciéndose, por tanto, el espesor de las paredes de estas respecto al régimen anterior.

Cabe destacar que en este régimen de funcionamiento la velocidad de inyección del aire es superior a la velocidad terminal de las partículas (velocidad a partir de la cual aparece transporte de las mismas), se caracteriza por una superficie libre más irregular, un mayor porcentaje de burbujas que se unen entre sí y generan otras de mayor tamaño. Así el tamaño de las burbujas se ve incrementado en el eje vertical del lecho a medida que aumenta la distancia a los inyectores.

También se caracteriza por la aparición de aglomerados de partículas que son proyectados fuera del lecho, cayendo no en su totalidad en el lecho de nuevo.

Esta sería una breve descripción del régimen turbulento, el cual no aparece de forma discreta en el lecho sino que lo hace de forma fraccionada y claramente diferenciable. De este modo desde el régimen burbujeante al ir aumentando la velocidad del fluido inyectado aparece en la zona superior un aumento del tamaño de burbuja que se va extendiendo al resto del lecho al ir aumentando la velocidad de inyección del aire. Así las burbujas de todo el lecho aumentan su tamaño y se observa la unión de estas en la zona inferior del lecho de forma clara.

Este fenómeno de transición se observa, también, en las fluctuaciones de la presión que aparecen en la transición entre ambos regímenes. Así se define dos velocidades características en la transición de régimen burbujeante a turbulento que son la velocidad de máxima fluctuación de presión y la de estabilización del régimen.

La velocidad de máxima fluctuación, es la definida en el instante en el que aparece un aumento en la presión del lecho. Esta oscilación hace que la presión del lecho aumente hasta un 20-25% respecto a la presión del mismo en régimen turbulento estabilizado. Mientras que la velocidad de estabilización del régimen es la definida en el instante en el que la presión disminuye tras la variación y se estabiliza en el valor para el cual el régimen del lecho es totalmente turbulento. En las dos velocidades la influencia de las

condiciones de ensayo y el tamaño de partícula son determinantes, siendo este último factor crítico en la definición de las velocidades.

A continuación se muestra la transición entre régimen burbujeante y turbulento, que se ha descrito, a través de un gráfico en el que se enfrenta la presión y la velocidad.

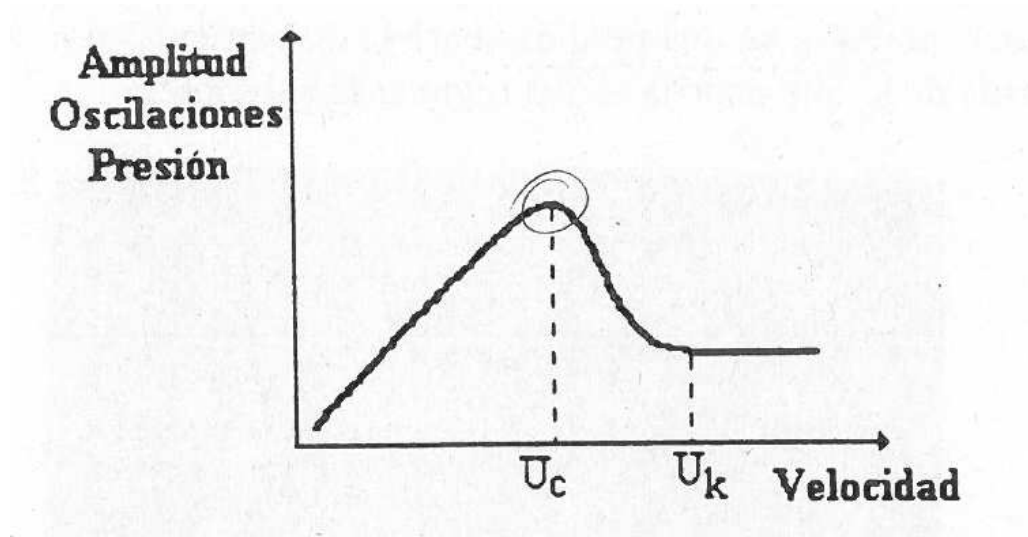


Figura1.7.Fluctuación de la presión con la velocidad de inyección en la transición a régimen turbulento

De este modo, y como se ha descrito anteriormente,  $U_c$  es la velocidad para la cual la fluctuación de la presión en la transición es máxima y  $U_k$  la velocidad para la cual la presión se estabiliza en la transición a régimen turbulento.

Las correlaciones para inicio de transición a régimen turbulento encontradas en la bibliografía han sido:

Autor	Correlación
Horio	$Re = 0.936Ar^{0.472}$
Lee y Kim	$Re = 0.700Ar^{0.485}$
Tsukada	$Re = 0.891Ar^{0.435}$

Tabla1.3.Correlaciones para inicio de transición a régimen turbulento

Mientras que las encontradas para la velocidad de finalización de la transición:

<i>Autor</i>	<i>Correlación</i>	<i>Número de Arquímedes</i>
<i>Horio</i>	$Re_k = 1.41Ar^{0.56}$	$Ar < 10000$
	$Re_k = 1.46Ar^{0.472}$	$Ar > 10000$
<i>Bi y Fan</i>	$Re_k = 0.601Ar^{0.695}$	$Ar < 125$
	$Re_k = 2.28Ar^{0.419}$	$Ar > 125$
<i>Tsukada</i>	$Re_k = 1.31Ar^{0.450}$	

*Tabla 1.4. Correlaciones para la velocidad final de transición*

Para finalizar se debe puntualizar que no todos los lechos fluidos en régimen burbujeante pueden lograr su transición a régimen turbulento con el aumento de la presión de inyección, ya que su aparición y estabilización también depende de factores geométricos como son los propios del lecho y los derivados de la naturaleza de las partículas utilizadas.

#### *E. Régimen de fluidificación rápida*

El siguiente régimen es el límite entre los regímenes de fluidificación y el transporte neumático. Si en el régimen turbulento la velocidad de inyección es mayor a la crítica o terminal de las partículas, pero no aparece transporte debido a la coalescencia de estas en aglomerados demasiado pesado para ser transportados, en el régimen de fluidificación rápida las partículas son arrastradas fuera del lecho de forma individual o en forma de aglomerados, dejando una estela tras de sí que provoca la necesidad de un mayor aporte de partículas al lecho.

De este modo el régimen de fluidización rápida no es un estado de funcionamiento posterior al régimen turbulento, sino que es la transición entre los regímenes de fluidificación y los regímenes pertenecientes al transporte neumático. De este modo el régimen de fluidificación rápida es provocado por el aumento de aporte de material en un lecho en régimen turbulento; provocando con ello la mayor pérdida de material, el

aumento de los choques entre partículas y la aparición de partículas de menor tamaño que formarán aglomerado más fácilmente y así un mayor transporte.

En un lecho fluidizado en régimen turbulento al realizar un aporte de material mayor al necesario los choques entre partículas y entre aglomerados aumentarán de forma considerable, pudiendo dar como resultado de estos choques nuevas partículas, de menor o mayor tamaño (aglomerados). Las de mayor tamaño, debido a su mayor peso, se sedimentarán en la base del lecho. Mientras que las de menor tamaño serán arrastradas fuera del lecho dejando tras de sí un estela de baja presión que favorecerá nuevos choques entre otras partículas. Siendo esta la característica que diferencia el régimen de fluidificación rápida de turbulento.

Debido a este fenómeno aparecen distribuciones radiales y axiales de densidad y tamaño de partículas. Así se conoce que los laterales del recipiente del lecho existirá una mayor densidad, al ser por esta zona por donde descienden los aglomerados de mayor tamaño; y en la zona superior se tendrá una menor densidad al concentrarse allí las partículas de menor tamaño que aparezcan como consecuencia de los choques.

Las aplicaciones de este régimen son las caracterizadas por la utilización de un lecho fluidizado recirculante, en las cuales se utiliza un sistema de recuperación del material y son aprovechadas las características del mismo.

#### **IV. Parámetros característico**

En este apartado se intentará llevar a cabo la explicación, comportamiento e influencia de las principales magnitudes y parámetros característicos que rodea al comportamiento y funcionamiento de los lechos en regímenes fluidizados

##### **A. Porosidad de lecho y esfericidad de partículas**

La porosidad del lecho y la esfericidad de las partículas empleadas están directamente relacionadas. De este modo el estudio de la porosidad del lecho fijo es de

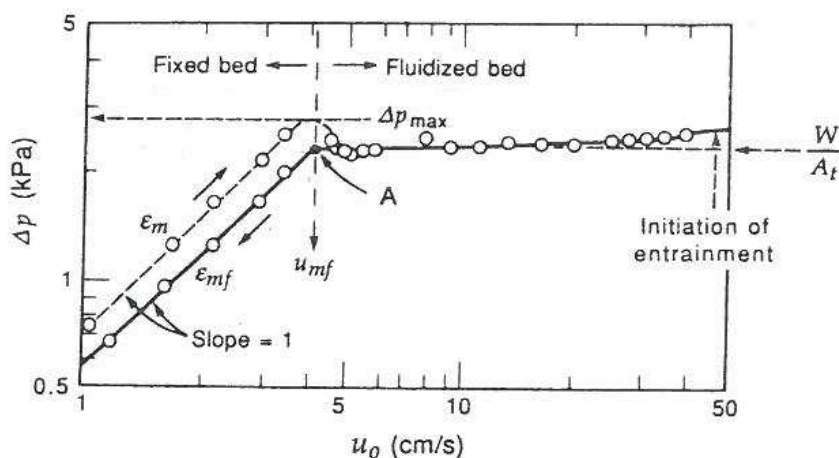
alta importancia, ya que es una de las principales magnitudes que influyen en la velocidad mínima de fluidificación. No solo es en este parámetro en el que afecta sino que en el crecimiento del lecho antes de su fluidificación o en la determinación de la fuerza de resistencia del conjunto de partículas también.

Así mismo otro tema de estudio e influyente en el problema a tratar es la distribución de tamaños y esfericidades de las partículas usadas. El empleo de partículas de diferente tamaño implica un estudio de las distribuciones de tamaño de carácter estadístico y por tanto un trato de este tipo sobre el problema a resolver.

Estos estudios e investigaciones, sobre la influencia de estos factores, no entran dentro de este proyecto debido a que el lecho simulado se caracteriza por estar compuesto por partículas del mismo diámetro y certificada esfericidad.

### **B. Velocidad de inyección y presión en el lecho**

Para el caso de lechos fluidizados de partículas uniformes existen numerosos estudios de su comportamiento y parámetros característicos. En todos ellos un diagrama básico para su estudio es el diagrama de Presión-Velocidad, también conocido como diagrama de mínima fluidización.



**Figura 1.8.** Curva presión-velocidad, ensayo de subida y bajada

En él se diferencian dos claros y diferenciados comportamientos que tienen como punto de inflexión la velocidad mínima de fluidización.

En un primer tramo la velocidad y la presión crecen de forma lineal hasta llegar a la velocidad de mínima fluidificación. Siendo en este momento donde aparece un punto de inflexión que hace que la presión se mantenga constante para el resto de velocidades que aumentan a lo largo de eje X.

Cabe destacar que este punto de inflexión coincide con la velocidad de mínima fluidificación y a partir de él la presión en el lecho se mantiene constante. Del mismo modo aparece una fluctuación en el mismo punto generando un valor de presión máximo que se reduce al valor constante de presión para todos los regímenes. Esta fluctuación es provocada por el cambio de la porosidad del fluido en el instante de mínima fluidificación si vamos velocidad de inyección aumentándola en el experimento de determinación de mínima fluidización; al ir aumentando la velocidad de inyección las partículas necesitan una mayor velocidad para fluidizar que se refleja en valores mayores de presión del lecho, provocado por la necesidad de producir el “desbloqueo” de estas para que comiencen a fluidizar. Este bloqueo es debido a los huecos intersticiales, fuerzas cohesivas y la naturaleza de las partículas que son sólidas. Por el contrario si la misma experiencia se lleva a cabo desde el régimen fluido hasta conseguir el estado de lecho fijo la velocidad obtenida será menor. Provocado porque las partículas provienen de un estado de excitación superior y la pérdida de fluidez se producirá con menores velocidades de inyección que el paso de lecho fijo a estado fluidizado, por efecto de la energía que contienen las mismas.

Si se observan los últimos calores de velocidad representados se puede apreciar un aumento de la presión en estos valores. Este aumento es debido al comienzo del transporte neumático, en el que la presión no es constante con la velocidad de transporte.

### ***C. Presión y temperatura en lechos fluidizados***

Como en cualquier proceso en el que se utilicen materiales y/o elementos que puedan variar cualquiera de sus propiedades con las condiciones de utilización, el comportamiento de un mismo lecho variará con la temperatura y presión a las que se vea expuesto. De este modo, los efectos de la presión son:

- El aumento de la presión ambiental puede provocar hasta un incremento del 4% en la porosidad de mínima fluidificación
- Aumentos en la presión provocan disminuciones en la velocidad mínima de fluidificación del lecho. Siendo este efecto casi inapreciable para tamaños de partícula menores a  $100\mu m$  y produciendo variaciones de hasta un 40% para lechos con partículas de  $360\mu m$
- Así como el aumento de la relación velocidad mínima de régimen burbujeante y mínima de fluidificación que puede incrementarse en hasta un 30% para lechos con partículas de  $450\mu m$ , lo cual puede ayudar en la elección del tamaño de partícula en función del régimen de funcionamiento necesario.

Respecto a la influencia de la temperatura en el comportamiento de los lechos fluidizados se han llegado a contradicciones entre las investigaciones llevadas a cabo, aunque entre ellos también han conseguido efectos comunes a diferentes investigaciones. De modo que la porosidad en régimen fluido únicamente se verá afectada por temperaturas superiores a los  $500^{\circ}C$ ; pudiendo aumentar en un 4% respecto a las condiciones normalizadas de presión y temperatura.

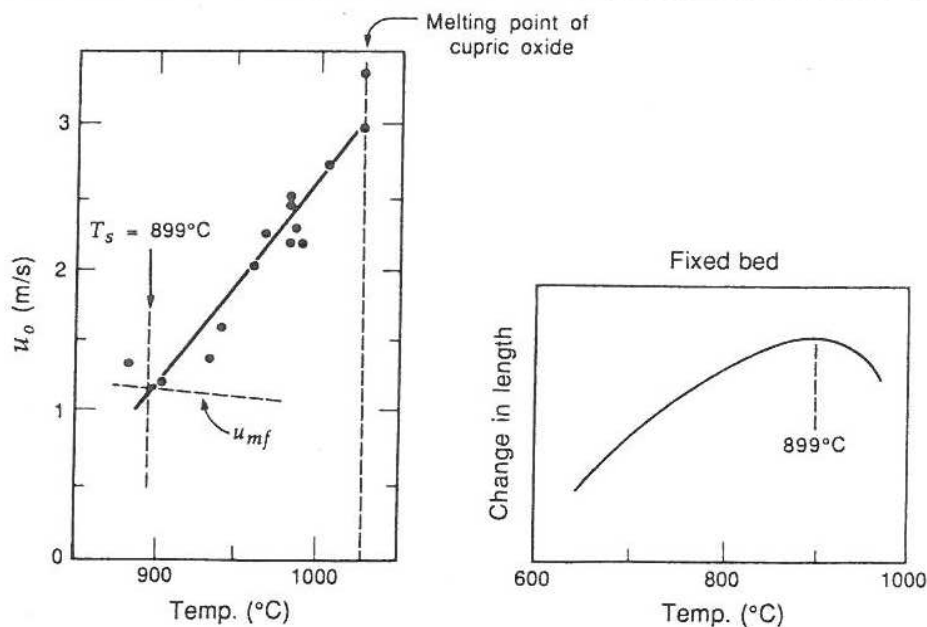
### ***D. Generación de aglomerados***

La aparición de aglomerados en un sistema de lecho fluidizado de forma no controlada supone un serio problema para el funcionamiento del mismo, debido a que



esta aparición puede provocar un comportamiento diferente al deseado e incluso producir un cambio en el régimen de funcionamiento del lecho.

Este problema se ve incrementado en sistemas a alta temperatura este efecto es de mayor importancia, cuando las temperaturas empleadas están cerca del punto de fusión del material de las partículas. Así investigadores como, Gluckman [4] han estudiado el efecto de la temperatura en la aparición de aglomerados sobre un lecho de partículas de cobre calentado el lecho de forma gradual, obteniendo como resultado la pérdida de fluidización del lecho provocado por la formación de aglomerados en el sistema, que además deriva en un aumento de la velocidad mínima de fluidificación con la temperatura del lecho, como cabría de esperar. A continuación se presenta la gráfica obtenida en la citada investigación.



**Figura 1.9.** Variaciones de la velocidad de mínima fluidización y altura de lecho fijo con la temperatura

Del mismo modo otro efecto que aparece debido a la aparición de aglomerados a altas temperaturas es el aumento de la altura de lecho fijo, como también ha determinado en el estudio citado

Así estos efectos deben ser tenidos en cuenta en lechos en los que se trabaje con temperaturas cercanas al punto de fusión del material de las partículas y en aplicaciones en las que puedan existir otros materiales en el lecho o incluso impurezas

### **E. Coeficiente de restitución elástico**

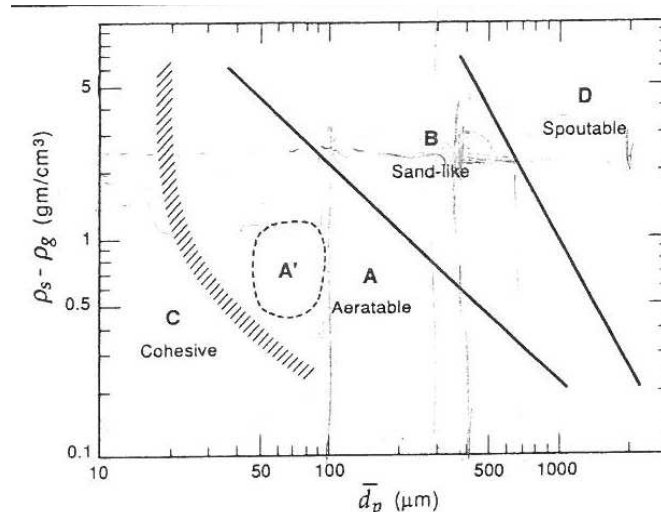
El coeficiente de restitución elástico es un coeficiente definido para la simulación de lechos fluidos, no es un parámetro físico de operación del lecho como son los anteriores.

El coeficiente de restitución elástico es utilizado para definir la interacción en forma de choques entre las partículas, definiendo cuánto se aproximan estos a choques perfectamente elásticos. Así este parámetro de resolución es de alta importancia en las simulaciones y de alta influencia en los resultados. Pudiendo variar estos en función del valor utilizado.

Según las investigaciones empleadas como base de este proyecto los valores empleados deben ser valores entre 0,9 y 0,99, de modo que los choques simulados son en un 90% como mínimo perfectamente elásticos perdiéndose únicamente un 10% como máximo de la energía de cada partícula en su interacción con el resto del lecho.

## **V. Escalas de GELDART**

Debido a la importancia de las características de las partículas utilizadas en los lechos fluidizados existe una clasificación de estas en función de su diámetro, densidad y comportamiento durante su fluidificación. Estas son las conocidas como escalas de Geldart, definidas originalmente bajo condiciones ambientales, dividen a las partículas en cuatro grupos que se puede representar gráficamente a través de la siguiente gráfica. En ella se enfrentan la diferencia entre las densidades de gas y partícula y la densidad de estas.



Las escalas de Geldart son:

#### **Partículas Geldart tipo A:**

Son partículas de pequeño tamaño, fácil fluidificación, diámetros entre  $30\ \mu\text{m}$  y  $100\ \mu\text{m}$ , y baja densidad,  $1,4\ \text{g/cm}^3$

La expansión que aparece en los lechos compuestos por este tipo de partículas es alta antes de aparecer régimen burbujenante, necesitando velocidades mínimas de estado burbujenante mayores al resto, además de mantener su régimen de mínima fluidificación en un mayor rango de velocidades que el resto debido a la elevada porosidad derivada de su pequeño diámetro

#### **Partículas Geldart tipo B:**

Son partículas de diámetro entre  $40\ \mu\text{m}$  y  $500\ \mu\text{m}$  y con densidades entre  $1.4$  y  $4\ \text{g/cm}^3$ .

Este tipo de partículas presenta régimen burbujeante nada más comenzar su fluidificación, Así la velocidad de mínima fluidificación y de régimen burbujeante es la misma, de modo que tienen un comportamiento totalmente opuesto a las tipo A

### **Partículas Geldart tipo C:**

Son partícula con altas dificultades para conseguir fluidificar, debido a su pequeño diámetro que provoca que las fuerzas cohesivas entre ellas sean importantes y formen conglomerados. En los lechos compuestos por estas partículas aparecen canales a lo largo del lecho atravesándolo y separando partículas sin que se produzca la fluidificación del mismo. Este efecto se evita combinando estas partículas con otras de mayor tamaño reduciendo estos canales y aumentando la fluidificación de todo el lecho.

### **Partículas Geldart tipo D:**

Son partículas de diámetro superior a las  $500\ \mu m$ . Su comportamiento es similar al de las partículas de tipo B, presentando régimen burbujeante tras su fluidificación y sus burbujas se unen muy cerca los inyectores formando burbujas de mayor tamaño.

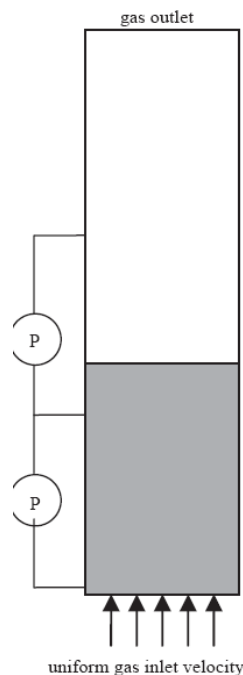
## **Capítulo segundo:** *Presentación del lecho simulado.*

### **I. Lecho frío simulado**

El caso simulado es el de un lecho frío en dos dimensiones, al considerarse su espesor despreciable en comparación con su altura y/o anchura, de fase gaseosa aire y sólida partículas de cuarzo con diámetro de 350micras, sobre el cual se variarán diferentes parámetros de ensayo, para así determinar la velocidad mínima de fluidización del lecho en cuestión.

Así el lecho está compuesto por aire, como fase gaseosa, tomado de la atmósfera y partículas de características conocidas. El lecho simulado se basa en un modelo real construido por Sergio Sánchez, por lo que los datos obtenidos en él podrán ser comparados con los obtenidos de la simulación, y por tanto poder defender la correcta simulación realizada.

La definición del lecho es la siguiente, en función de sus características:



*Figura2.1. Esquema de lecho bidimensional simulado*

- Altura: 2m
- Anchura: 0,5m
- Partículas del lecho: esferas de cuarzo
- Granulometría:  $d_p=350\ \mu m$
- Densidad:  $\rho = 2600\ \frac{Kg}{m^3}$
- Altura de lecho fijo:  $H=0,3m$

Para la realización de la simulación se ha elegido la utilización del software, basado en CFD, FLUENT.

Con la consulta de la bibliografía se ha conocido que existen dos modelos de simulación para sistemas de más de una fase, en nuestro caso dos fases interactuando. El primer modelo se basa en el estudio de la dinámica molecular, son los modelos conocidos como Lagrangianos. Mientras que los de mayor empleo son los modelos Eulerianos o modelos multifluido. En este tipo de modelos se lleva a cabo la definición cada fase por separado y la relación e interacción entre ambos. Por lo que su mayor empleo y mayor número de resultados bibliográficos nos ha hecho elegir un modelo Euleriano de dos fases para modelizar el lecho a simular. Su principal diferencia es la interpretación de cada fase del lecho por separado, de modo que aplica sobre ellos las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y conservación de la energía. En la simplificación de cálculo llevada a cabo, los modelos Eulerianos, variables como la viscosidad son definidas a partir de valores medios conocidos y constantes.

Por otro lado todas las partículas que componen el lecho fijo son tratadas como iguales, de forma que sus parámetros característicos como diámetro, esfericidad o densidad son la misma para todas ellas. Así aplicando todas las ecuaciones necesarias a cada una de las fases se pueden calcular cada una de ellas por separado para después hacerlas interactuar entre ellas y llevar a cabo la definición de coeficientes que representan la interacción entre cada una de las fases. Estos coeficientes son calculados a través del método iterativo, por lo que se aproximan

desde valores característicos hasta el valor con menor error posible, dentro de las ecuaciones definidas.

En nuestro caso existen dos fases por lo que aparece una interfase entre ambas. Esta será una interfase sólido-gaseosa en la que se conoce que la transferencia de cantidad de movimiento es la dominante en su comportamiento. De modo que la transferencia de cantidad de movimiento será la que nos definirá el comportamiento de la interfase y por tanto cierre el modelo planteado.

Como sabemos es un sistema cerrado, la cantidad de movimiento del sistema se puede conocer, por lo que esta será conocida y únicamente habrá intercambio entre las dos fases. Que es modelizado con la ecuación de conservación de momento aplicada sobre ambas fases.

$$\frac{\delta}{\delta t}(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g) + \nabla(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g^2) = -\alpha_g \nabla p + \nabla \overline{\tau}_g + \alpha_g \rho_g \vec{g} + K_{gs}(\vec{v}_g - \vec{v}_s) \quad (2.1)$$

Donde los coeficientes expuestos son definidos en función del modelo elegido en la simulación

Cabe destacar la aparición del coeficiente de restitución de energía cinética. A través de él se modeliza la interacción entre las partículas, por lo que la definición de este factor es una de las principales características que diferencian cada uno de los modelos que se conocen. Estos modelos de resolución del comportamiento de la interacción entre partículas se han desarrollado a lo largo del siglo XX. Entre todos los modelos, los más empleados son los de Wen y Yun (1966), Syamlal-O'Brien (1989), y Gidaspow (1994).

El modelo empleado en nuestra simulación ha sido el modelo Gidaspow, debido a que en [2] se muestra la comparación entre estos modelos y se consiguen mejores resultados, para el modelo que analizan; el cual es similar al nuestro. Este resultado será mostrado posteriormente. Con esto la ecuación de cantidad de movimiento aparecen términos relativos al intercambio entre partículas debido a su colisión.

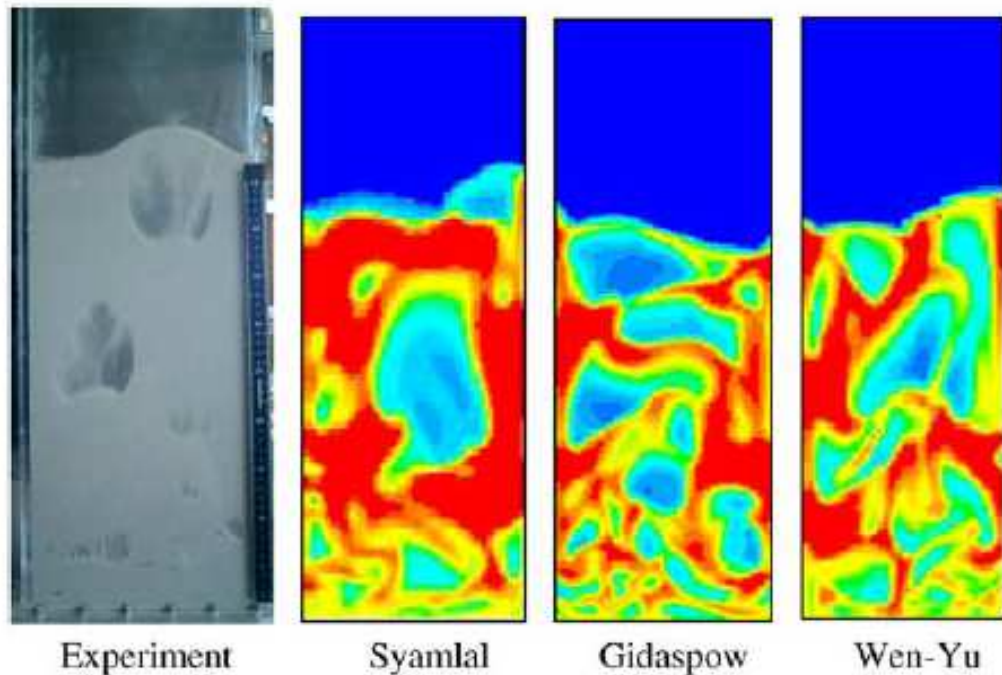


Figura 2.2. Comparación de los diferentes modelos, con  $U=0,38\text{m/s}$  y  $e_{ss}=0,9$ , de simulación frente al lecho real

Debido a que sobre la fase sólida no aparecen los términos viscosos se deben aplicar otras teorías y modelos de cierre del problema. Para ello se aplica la teoría cinética al modelo, representando los cambios de velocidad de cada partícula como una variación en su “temperatura de partícula” ( $\Theta$ ), por lo que la ecuación de la temperatura de partícula tendrá un término de generación, *disipación por energía cinética*, transferencia de flujo de calor, disipación por colisiones, disipación por turbulencia y por interacción con el fluido (introducido en el modelo Gidaspow).

La principal fuente de pérdida de energía, según la teoría cinética, son las colisiones. La energía disipada como resultado de colisiones inelásticas se puede calcular para obtener las fluctuaciones de velocidad de las partículas del lecho como función de un coeficiente de restitución de la colisión. Con la definición de este coeficiente de restitución elástico ( $e_{ss}$ ) se consigue definir cuanta es la energía transmitida en el choque de dos partículas. Su valor está comprendido entre 1 y 0, siendo el valor 1 el que define un choque totalmente elástico o sin pérdida de



energía alguna y 0 el choque en el que no se transmite nada de energía. En nuestro modelo este valor será de 0,9, ya que según al [2] los resultados obtenidos se ajustan mejor a los resultados reales que con otros valores del coeficiente.

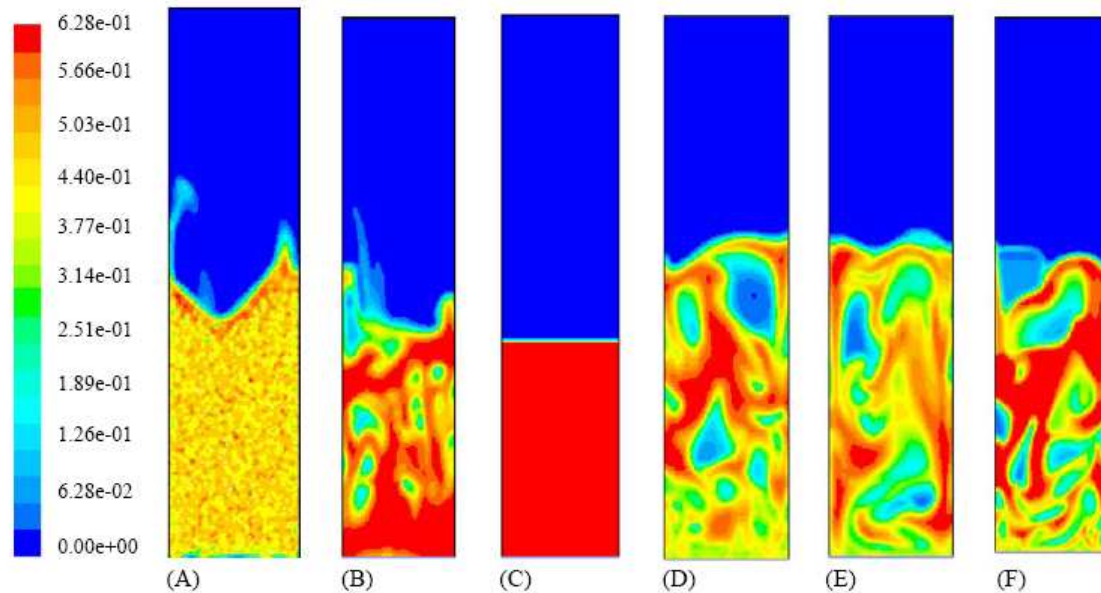


Figura 2.3. Representación de la fracción de sólidos para velocidad de 0,3m/s de inyección de aire, tiempo de simulación 0,5seg los modelos: (A) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,99$ , (B) Gidaspow y  $e_{ss}=0,99$ , (C) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,9$ ; y velocidades de 0,38m/s y tiempo de 3seg: (D) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,99$ , (E) Gidaspow y  $e_{ss}=0,99$  y (F) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,9$

Cómo se puede apreciar en las figuras anteriores que mientras el modelo de Gidaspow muestra las primeras burbujas, el modelo de Syamlal-O'Brien. No es capaz de mostrarlas aún con diferentes valores del coeficiente de restitución elástico. A lo que si añadimos que con esa velocidad de inyección el lecho debe estar fluidizado, podemos concluir la mejor aproximación del modelo de Gidaspow.

Respecto a los valores obtenidos para simulaciones avanzadas en el tiempo su comportamiento es mejor con un coeficiente de restitución elástico de 0.9 y el modelo de Gidaspow.

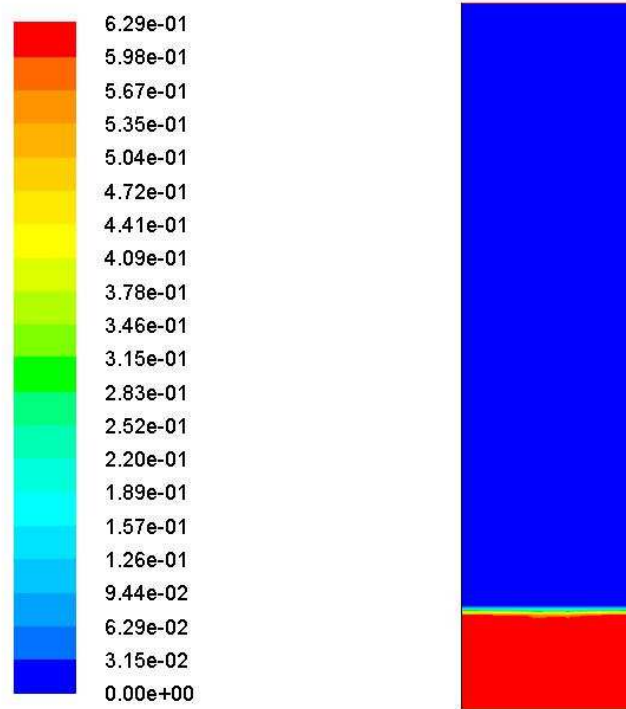
Para llevar a cabo la simulación del lecho y la resolución del modelo elegido se llevó a cabo una simulación que constó de cinco segundos de simulación, tiempo suficiente para que se produzca fluidización del lecho, que según la bibliografía es suficiente de haber fluidización del sistema.

Se eligió un paso temporal de 0,005 segundos para cada paso de tiempo, en el cual se llevaban a cabo 75 iteraciones. De modo que se conseguían estabilizar los residuos provocados por dos iteraciones consecutivas sin con ello alarga el tiempo de procesado de cada caso simulado.

## **Capítulo tercero:** *Simulación numérica y resultados obtenidos en la simulación con Fluent*

### **I. Características de la malla y modelo utilizado en la simulación**

Para la correcta simulación del caso experimental la geometría del lecho ha de ser la misma que el real. De modo que en su definición se utilizó el software GAMBIT, con el cual se construyó la siguiente malla:



*Figura 3.1. Modelo empleado en Fluent justo en el instante inicial de la simulación*

Esta malla está compuesta por 5000 nodos distribuidos uniformemente, formando una malla cuadrada y fija.

Sobre ella se definieron las condiciones de contorno características del problema. De este modo las paredes laterales se definieron como superficies sólidas, con la condición de no deslizamiento. Respecto a la superficie libre superior de la estructura

del lecho, se ha definido como una salida a presión ambiente, que se definió como 101325mbar. Finalizando las condiciones de contorno definidas, la zona inferior, que se corresponde con la superficie de inyección del aire, se modela como una entrada de velocidad fija a definir.

Con estas definiciones de las condiciones de contorno lleva a cabo la definición del material sólido y fluido que forman el lecho. Así el lecho fijo se ha modelizado con la definición de un nuevo material, en FLUENT, que se corresponde con las partículas de cuarzo empleadas en el lecho real. De este modo las de partículas se han definido con el diámetro uniforme de  $350\mu\text{m}$ , una viscosidad despreciable, del mismo orden de magnitud que el aire de la fase fluida, y una densidad de pila de  $2600\text{Kg}/\text{m}^3$ . Respecto a la altura de lecho fijo utilizada en la simulación es de 0.3m, uno de los casos conocidos y ensayados empíricamente por Sergio Sánchez.

Respecto a la fase fluida, esta ha sido definida como aire de densidad constante y valor  $1.223\text{Kg}/\text{m}^3$ , suposición totalmente factible ya que el problema se simula a una temperatura constante de valor  $25^\circ\text{C}$ , y un valor de la viscosidad, bajo las mismas condiciones, de  $1.7894\cdot 10^{-5}\text{Kg}/\text{ms}$

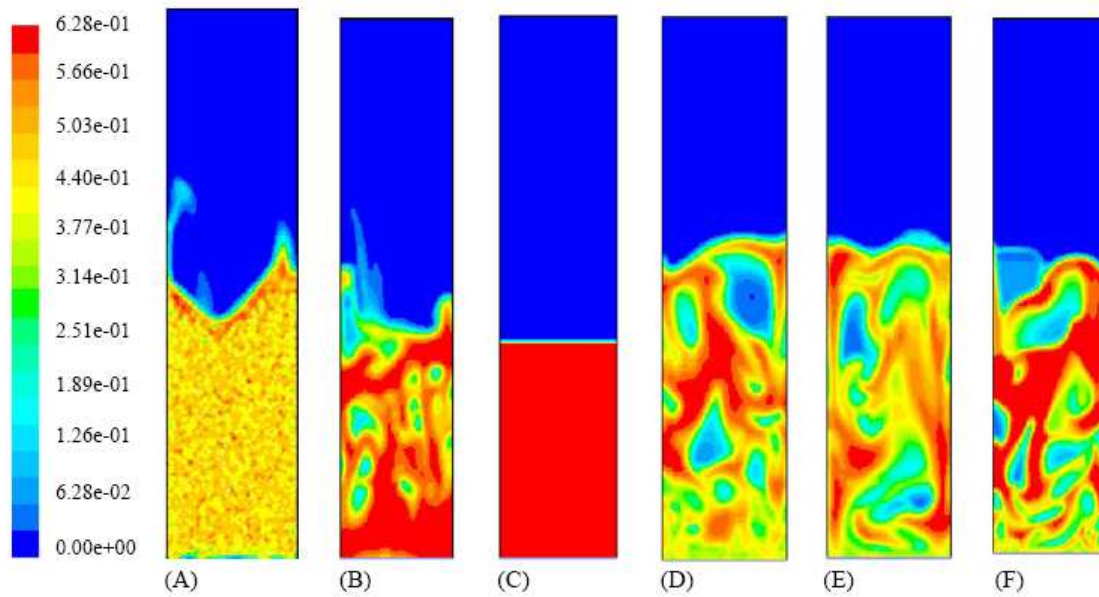
La única diferencia entre la mall definida y el lecho real ensayado es que para llevar a cabo la inyección de aire, en el sistema simulado se ha suprimido la cámara Plenum necesaria en el lecho real, para llevar a cabo las medidas necesarias y controlar el caudal insuflado al lecho. De forma que la no necesidad de la cámara Plenum en la simulación hizo que esta se descartase en la simulación. En el presente proyecto no se ha estudiado la influencia de este hecho, por lo que no se conoce su posible influencia en los resultados obtenidos, pudiendo ser una posible mejora de la malla diseñada.

## **II. Parámetros de resolución**

La elección de los parámetros de resolución se ha llevado a cabo bajo la lectura de la bibliografía y la consulta al personal docente del área que conoce el CFD para simular lechos fluidos. Se debe mencionar la gran ayuda en este apartado de Fernando Hernández Jiménez. De modo que los resultados que se buscaban obtener fueran de la misma veracidad que la obtenida por los diferentes autores. Con la única diferencia de las características del lecho y el desconocimiento del software o código CFD utilizado por estos. Y aplicar el software FLUENT, disponible en la universidad, para conseguirlo.

El lecho simulado se ha modelado como un sistema bidimensional, afectado por la gravedad con dirección, sentido y magnitud: vertical en sentido descendente y módulo  $9,81\text{m/s}^2$

Dentro de las alternativas propuestas por FLUENT se ha elegido un modelo multifase Euleriano, como se ha comentado en el capítulo anterior, en el que la interrelación de las dos fases se resolverá a través del método de Gidaspow. Mientras que el coeficiente de restitución elástica se ha fijado en un valor de 0.9. Este valor ha sido elegido tras consultar las referencias bibliográficas NAOKO, al conseguir mejores resultados para el mismo lecho implementado en la referencia bibliográfica citada. Como, también, se ha comentado anteriormente sobre los gráficos que se recuerdan a continuación:



*Figura 3.2. Representación de la fracción de sólidos para velocidad de 0,3m/s de inyección de aire, tiempo de simulación 0,5seg los modelos: (A) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,99$ , (B) Gidaspow y  $e_{ss}=0,99$ , (C) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,9$ ; y velocidades de 0,38m/s y tiempo de 3seg: (D) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,99$ , (E) Gidaspow y  $e_{ss}=0,99$  y (F) Syamlal-O'Brien y  $e_{ss}=0,9$*

Anterior a la elección de las interrelaciones entre ambas fases, debemos definir las condiciones de resolución de la fase sólida, la cual para FLUENT no será tal sino que se trata como un fluido con una porosidad definida, 0,6 en este caso, y por tanto debemos parametrizar y elegir modelo y constantes de resolución del mismo.

Así la viscosidad de grano se ha resuelto a través del método de resolución Gidaspow, mientras que la viscosidad del conjunto de partículas y la distribución de presión en las partículas a través del modelo "lun-et-al". Por otro lado el empaquetamiento, la porosidad, del lecho se ha definido con el valor de 0.6, citado anteriormente, y los módulos de viscosidad y de elasticidad definidos en el modelo empleado a través de su derivada.

### **III. Resultados obtenidos**

En el presente proyecto se ha intentado llevar a cabo la simulación con ayuda de CFD de un lecho fluido para determinar la velocidad mínima de fluidización y así comparar los resultados obtenidos en la simulación con los experimentales reales del mismo lecho y los cualitativos presentes en la bibliografía, como ya se conocía.

De este modo se ha llevado a cabo la simulación, con las mismas características geométricas que el real, para diferentes velocidades de inyección de aire en el mismo. Y así con los datos obtenidos de estas simulaciones se pretende determinar la velocidad de mínima fluidización del lecho y compararlo con los empíricos conocidos, a través de la curva de mínima fluidización.

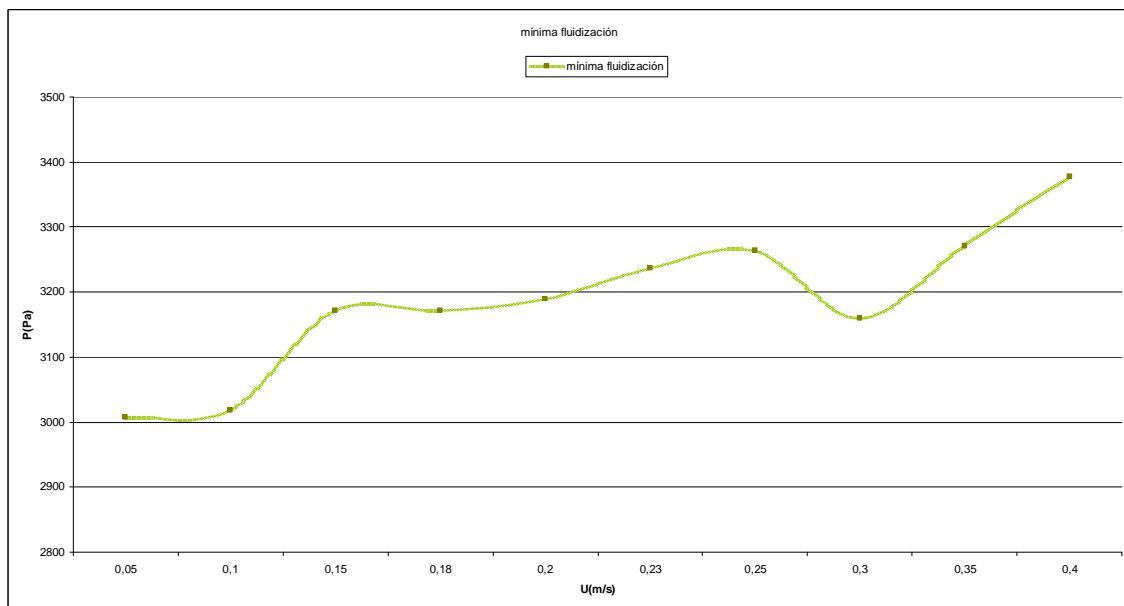
Como ya se ha presentado, en el capítulo correspondiente, la curva de mínima fluidización determina y define el comportamiento del lecho en su paso de lecho fijo a mínima fluidización, pasando por fluidización incipiente y viceversa. Por lo que la determinación de esta curva característica del lecho supondría la definición de la velocidad que buscamos, como resultado y el cierre del problema planteado.

Así, en la realización de este proyecto se han llevado a cabo las simulaciones del lecho con las velocidades de inyección de aire que a continuación se presentan; las cuales podemos dividir en tres grupos al conocer los resultados empíricos con anterioridad a los de la simulación:

- Velocidades por debajo de mínima fluidización: 0,05; 0,1; 0,15 y 0,18m/s
- Velocidades cercanas a la zona de mínima fluidización: 0,2; 0,21; 0,23; 0,25 y 0,27m/s
- Velocidades en régimen fluidizado: 0,3; 0,35; 0,40m/s

De modo que se tienen suficientes resultados de la simulación como para construir la curva de mínima fluidización y con ello poder determinar la velocidad de mínima fluidización del lecho estudiado.

Con todo ello se llevó a cabo el postproceso de los datos, obteniendo de cada uno de los casos simulados un valor de presión medio en el lecho durante su simulación. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:



*Figura 3.3. Gráfico obtenido para mínima fluidización en la simulación*

En este primer resultado, el cual es determinante para nuestra simulación, se puede observar como los datos obtenidos no se corresponden a los característicos de la curva de mínima fluidización de cualquier lecho fluido. Por lo que los resultados obtenidos en este primer postproceso no son los esperados y por tanto se debe buscar otra alternativa para la determinación de la velocidad de mínima fluidización.

La razón de estos resultados no satisfactorios es la de que Fluent con el método de resolución y parámetros de simulación elegidos no se comporta, o no es capaz de resolver de forma correcta el lecho planteado para velocidades de inyección del aire menores a la de mínima fluidización. Mientras que los resultados en la zona de fluidización los resultados conseguidos son los esperados.



Observando el gráfico obtenido de la bibliografía podemos afirmar que los casos de menores velocidades de inyección, en los que la medida de presión obtenida debería ir decreciendo de forma proporcional con velocidades menores no aparecen. Tal y como ha ocurrido en la simulación realizada. Únicamente, los valores determinados por Fluent son prácticamente constantes y de valor  $\Delta P = \rho g H (1 - \varepsilon)$ , que es la pérdida de carga de la corriente de aire inyectada sobre el lecho, durante la fluidización, en forma de presión estática. Resultados, también obtenidos, por la simulación del la referencia [2].

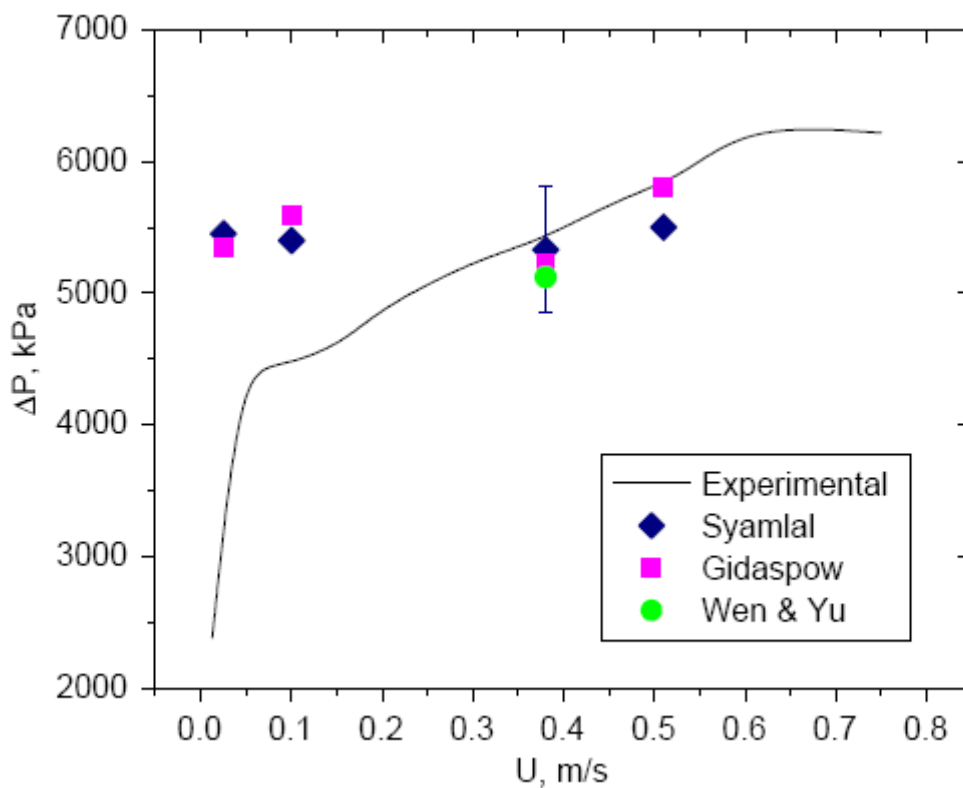


Figura 3.4. Gráfico presión-velocidad obtenido en la referencia bibliográfica [2]

Este primer resultado no satisfactorio nos lleva a afirmar que la herramienta FLUENT con los parámetros de resolución escogidos no es la adecuada para la determinación de mínima fluidización de lechos fluidos.

Este primer intento fallido se debe tomar como una solución no posible para determinar la velocidad de mínima fluidización, y no un problema, en la búsqueda de una nueva forma utilizar la herramienta de CFD elegida para el resultado deseado; por lo que se deben plantear otras formas de determinación de la citada velocidad con una buena aproximación a los datos empíricos y bibliográficos conocidos.

Con ello la revisión de la bibliografía, así como la consulta con mi director de proyecto y otros profesores nos lleva a considerar dos nuevas formas para la determinación del resultado buscado:

La primera consiste en el estudio del comportamiento de la presión en un punto con el tiempo de funcionamiento/simulación del lecho, mientras que la segunda es la de estudiar la formación de burbujas en las simulaciones realizadas.

El segundo método citado se compone de un primer estudio cualitativo de la aparición de burbujas, en cada velocidad de inyección elegida, para aproximar la velocidad de fluidización y así llevar a cabo un análisis de la aparición, crecimiento y comportamiento de las burbujas con técnicas matemáticas, a través de la transformada de Fourier. Y por tanto conseguir la determinación de la velocidad de mínima fluidización del lecho.

Por contra, el primer método planteado sea basa en conseguir conocer la presión en un punto del lecho durante toda la simulación ya realizada. Ya que tal y como se conoce, la presión lleva a cabo una variación característica en el momento de producirse la fluidización del lecho, como se muestra en el siguiente gráfico. De modo que podremos determinar, o al menos aproximar, el resultado buscado con este proyecto. Y por tanto determinar si los resultados obtenidos son suficientes y correctos.

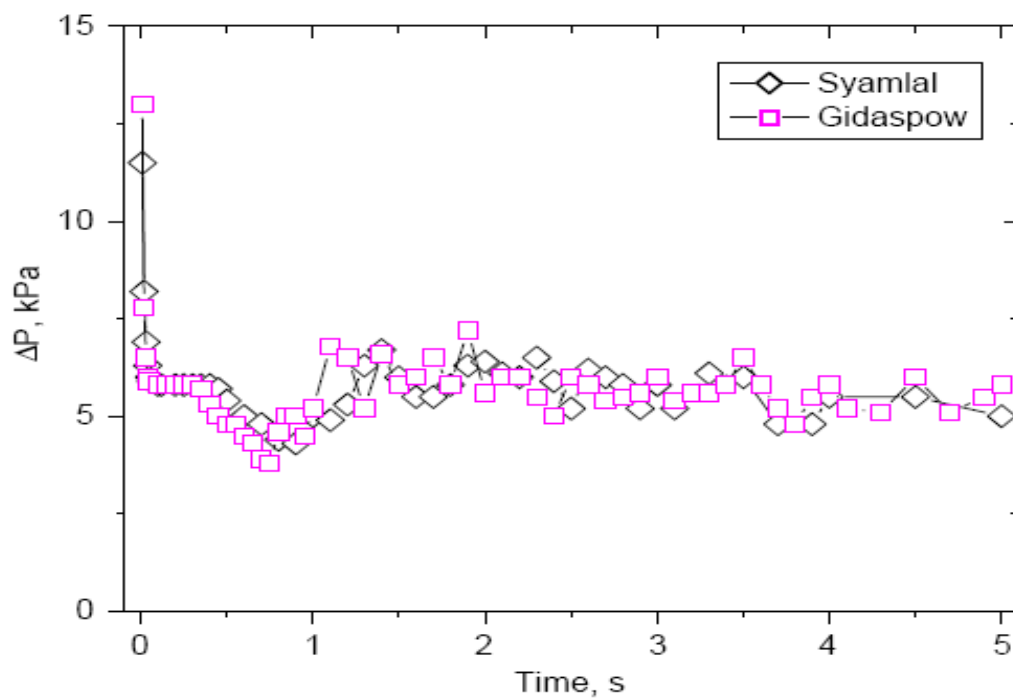
Con estos dos métodos de resolución, y tras comprobar la inutilidad de FLUENT para determinar la curva de mínima fluidización, se llevará a cabo un nuevo post-proceso de los datos ya obtenidos, de modo que podremos corroborar o invalidar el primer método planteado. De esta forma si en este primer post proceso no se

encontraran resultados satisfactorios se continuará con el estudio de frecuencias de la aparición de burbujas, que supondrían realizar una nueva simulación la cual corroboraría o descartaría FLUENT para determinar o aproximar la velocidad de mínima fluidización de un lecho fluido.

La elección de este orden en la simulación y búsqueda de resultados se basa en la existencia de datos ya simulados del primer método presentado, al ser un post proceso diferente de los datos ya obtenidos anteriormente en las simulaciones, frente a las nuevas simulaciones que se deberían hacer si se llevara a cabo el segundo método presentado, en primer lugar. De modo que una buena aproximación en los resultados obtenidos, en el primer método, dará como resultado la no necesidad de emplear mayores tiempos de simulación y la consecución del objetivo marcado para este proyecto.

Se conoce gracias a la bibliografía utilizada que el comportamiento de la presión durante el tiempo de simulación o experimentación del lecho puede determinar la fluidización o no del lecho, como se ha comentado anteriormente. Pudiéndose así determinar de forma aproximada la velocidad de mínima fluidización del lecho en función de velocidad de inyección empleada.

El resultado al que nos remitimos es la fluctuación que experimenta la presión durante el tiempo de funcionamiento del lecho. A continuación se muestra el gráfico referenciado:



*Figura 3.5. Comportamiento característico de la presión durante la simulación para una velocidad de inyección superior a la de mínima fluidización.*

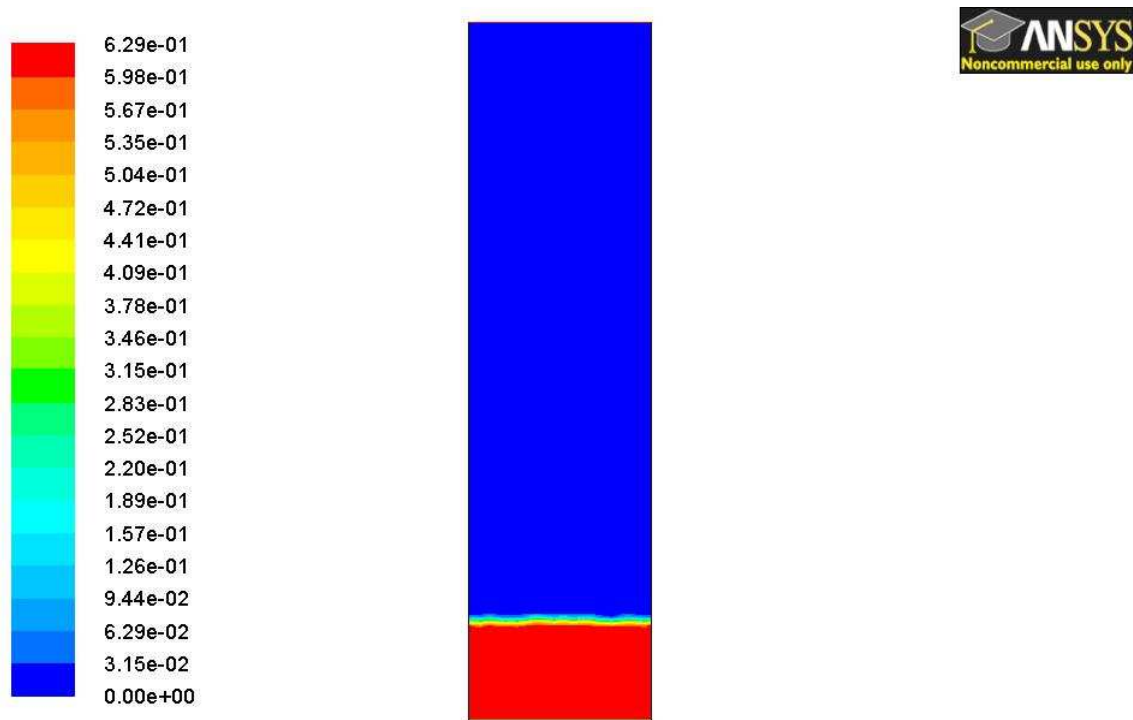
En este gráfico se aprecia la fluctuación que aparece durante el funcionamiento del lecho, apareciendo un aumento de la presión en el momento justamente antes del comienzo de fluidización y aparición de las primeras burbujas, conocido como estado de fluidización incipiente, anterior al de lecho expandido.

A continuación de esta primera fluctuación, si aparecen burbujas, el registro de la presión con el tiempo en el punto elegido registrará una fluctuación de presión cuasi periódica que se corresponden al paso de las burbujas formadas en el lecho. Por lo que se puede dictaminar a partir del gráfico P-t, junto con los gráficos de las concentraciones de la fase sólida en el final de simulación, el estado fluido o de lecho fijo en el que se encuentra el lecho simulado. En este punto, se debe exponer que la primera fluctuación comentada puede aparecer en el gráfico P-t sin que el estado del lecho sea fluido, de ahí la “inexactitud” del método. Este fenómeno es provocado porque la expansión del lecho no implica su fluidización, por lo que si las posteriores fluctuaciones no aparecen el estado no será fluido.

Las citadas fluctuaciones son de mayor amplitud cuanto mayores son las burbujas que aparecen en el lecho, mientras que su frecuencia corresponde con su aparición. Se debe notar que pequeñas fluctuaciones no pueden ser consideradas burbujas y que el efecto de la coalescencia no es aceptable debido a que la presión mostrada está tomada a una altura de 0,5m sobre los inyectores.

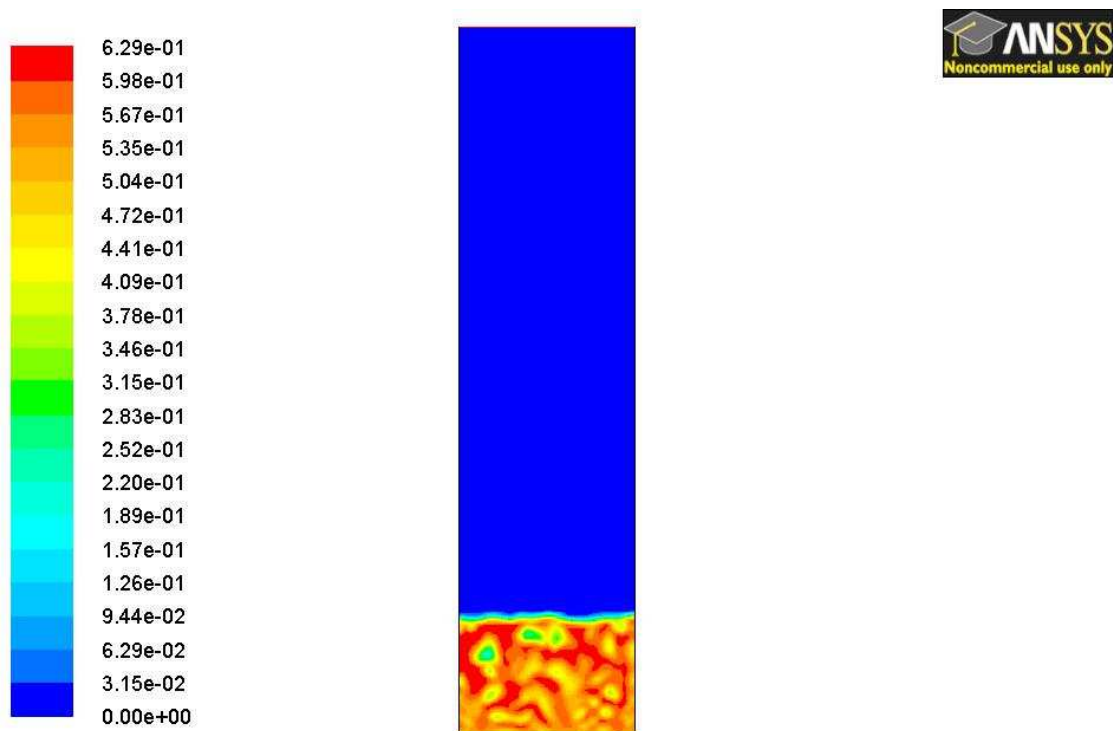
Con anterioridad a la presentación de los gráfico P-t conseguidos en las simulaciones llevadas a cabo, se presentarán algunos del resto de los resultados obtenidos, de forma que se pueda explicar visualmente el proceso de fluidización que se ha simulado y presentar los característicos de fluidización. Con esto se intenta apoyar los resultados de los gráficos presión-tiempo conseguidos, a través de los porcentajes en volumen de fase sólida en el instante final de simulación. Aún siendo estos últimos de carácter subjetivo.

Así, por tanto, escogiendo los casos representativos de la simulación llevada a cabo, debemos presentar los casos de no fluidización, otros totalmente fluidizados y un tercero en el que la fluidización sea incipiente o esté en el límite de su fluidización. Con el que podremos determinar la velocidad de mínima fluidización de forma aproximada. Por lo que si presentamos el porcentaje de la fase sólida de cada uno de estos tres casos en un instante de la simulación suficientemente avanzado como para garantizar su posible fluidización, podemos observar las notables diferencias entre ellos:



Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00) Nov 04, 2009  
ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

Figura 3.6. Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.10\text{m/s}$



Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00) Nov 04, 2009  
ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

Figura 3.7. Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.20\text{m/s}$

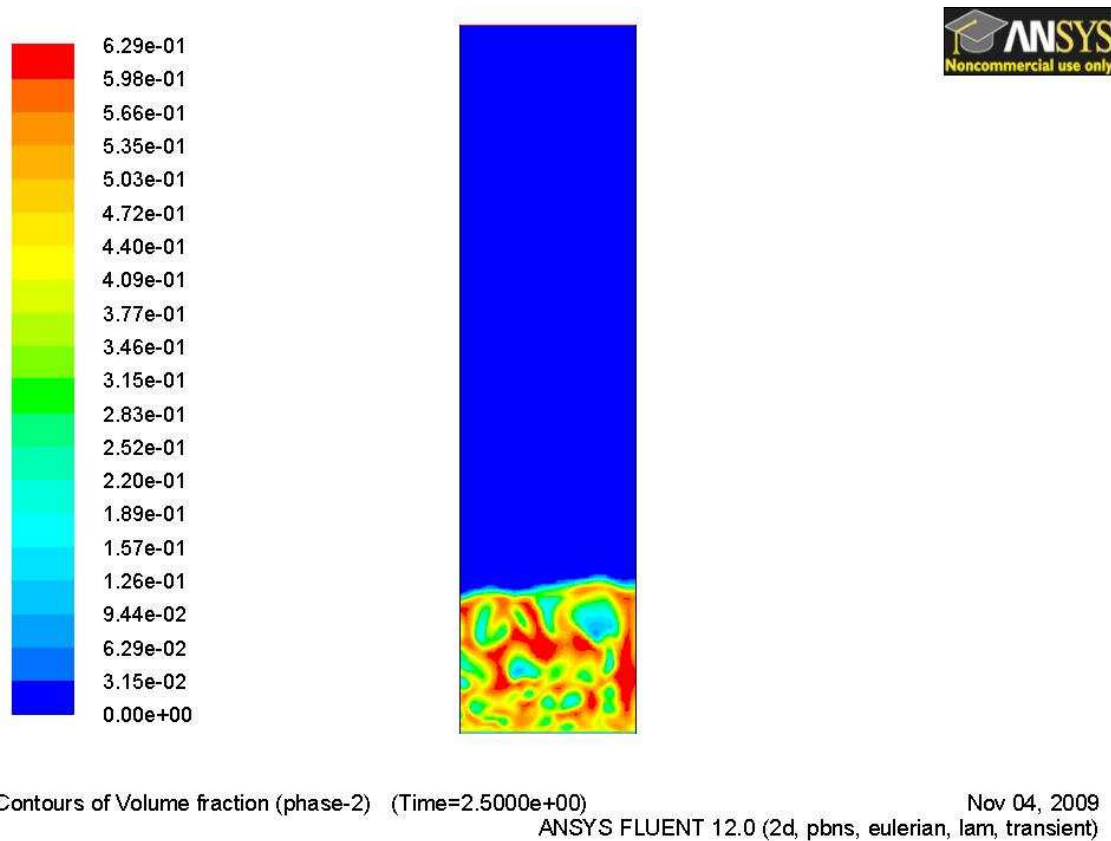


Figura 3.8 Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U = 0.40 \text{ m/s}$

Los casos presentados se corresponden a las velocidades de inyección de aire de  $0,10 \text{ m/s}$ ,  $0,20 \text{ m/s}$  y  $0,40 \text{ m/s}$ . Como uno no fluidizado, fluidización incipiente y fluidizado.

Se puede observar que en el caso de la menor velocidad de inyección de aire,  $0,05 \text{ m/s}$ , el lecho se encuentra totalmente estático. Este estado es conocido como de lecho fijo, provocado porque el aire inyectado no es capaz de llevar a cabo la sustentación necesaria, del conjunto de partículas y por lo tanto pasa a través de los intersticios entre partículas. Por ello la simulación conseguida muestra la fase compuesta por las partículas, en rojo, y la fase compuesta por aire, como superficie libre en azul; ambas totalmente separadas y sin ningún tipo de mezcla o burbuja; y con una entrefase totalmente definida.

Como contrapartida a la primera imagen mostrada se muestra el caso de velocidad de inyección  $0,40 \text{ m/s}$ , se observa el caso totalmente opuesto. En él se pueden observar

las burbujas que han aparecido en el lecho de modo que podemos afirmar que está totalmente fluidizado. Cada una de las degradaciones de color se corresponde a una concentración de partículas. Por lo que únicamente las fracciones totalmente rojas son las que tienen una “concentración” de partículas del 100%, mientras que el resto de colores representan la mezcla entre ambas fases, partículas y aire, hasta llegar al azul que implica la única existencia de aire. Siguiendo este patrón se puede observar que las burbujas que aparecen no son burbujas de aire perfectas, sino que en ellas existe la presencia de partículas, y la entrada y salida de las mismas. Siendo este fenómeno importante y determinante en la definición de los modelos ya que no existen interfaces perfectas durante la fluidización, como se definen en los modelos de simulación.

Por último el caso que se ha presentado es el de velocidad de inyección 0,20m/s; este caso no debería estar en régimen fluidizado, según bibliografía y resultados empíricos, pero se puede apreciar el comienzo de aparición de burbujas, si bien no se pueden considerar burbujas debido a que las fracciones de fase gaseosa, en estos huecos, no es cercana ni al 80%, por lo que se considera que existe demasiada fase sólida para ser una burbuja, y se corroborará con el gráfico P-t. Por este motivo, el caso presentado en último lugar, se puede considerar como un caso de fluidización incipiente. Aunque, como se verá a continuación, su gráfica P-t presenta una tendencia similar a los casos en régimen fluidizado y muy diferente a los no fluidizados. Por lo que el estudio de las concentraciones de cada una de las fases en un instante avanzado de la simulación es complementario a los gráficos P-t, como ya hemos comentado.

Respecto a los resultados obtenidos en los gráficos P-t para cada uno de los casos simulados, que se muestran a continuación (gráfico1), se pueden observar dos tendencias claras.

Mientras que para velocidades muy por debajo de la velocidad de mínima fluidización la presión se estabiliza y mantiene constante, en los casos cercanos a la velocidad de mínima fluidización y superior el comportamiento que observamos es totalmente diferente a la anterior. Será descrita posteriormente.



Fijándonos en los casos de velocidad de inyección del aire muy por debajo de la mínima fluidización podemos observar que se aproximan a un valor de presión constante. Este valor se corresponde al definido con  $\Delta P = \rho g H (1 - \varepsilon)$ , el cual es el mismo que se ha conseguido al intentar representar los el gráfico de mínima fluidización del lecho. Ya que este valor se corresponde con el que aparece únicamente en regímenes fluidizados.

Por otro lado, si se observan los casos con velocidades de inyección cercanas o mayores a las de mínima fluidización, se aprecia que para tiempos de simulación pequeños aparece una variación de la presión característica que se corresponde con la expansión del lecho o aparición de fluidización incipiente. Esta fluctuación únicamente se corresponde con la expansión del lecho y no con la aparición y generación de burbujas. Lo cual es común a este grupo de casos.

En cambio la aparición de burbujas es tomada como variaciones de presión en el punto elegido. De este modo la aparición de fluctuaciones de cierto periodo y amplitud significan el paso de burbujas de cierto tamaño (amplitud de la variación) y generación cuasi periódica (frecuencia de las fluctuaciones).

Conocidas estas primeras indicaciones se muestra el gráfico P-t de los casos simulados, de forma que se pueden apreciar claramente los efectos descritos anteriormente. (Gráfico 2).

Para comenzar con la ejemplificación del comportamiento descrito hasta este momento se presenta el siguiente gráfico (Gráfico 1), conseguido con la reducción temporal del rango de datos temporales de simulación.

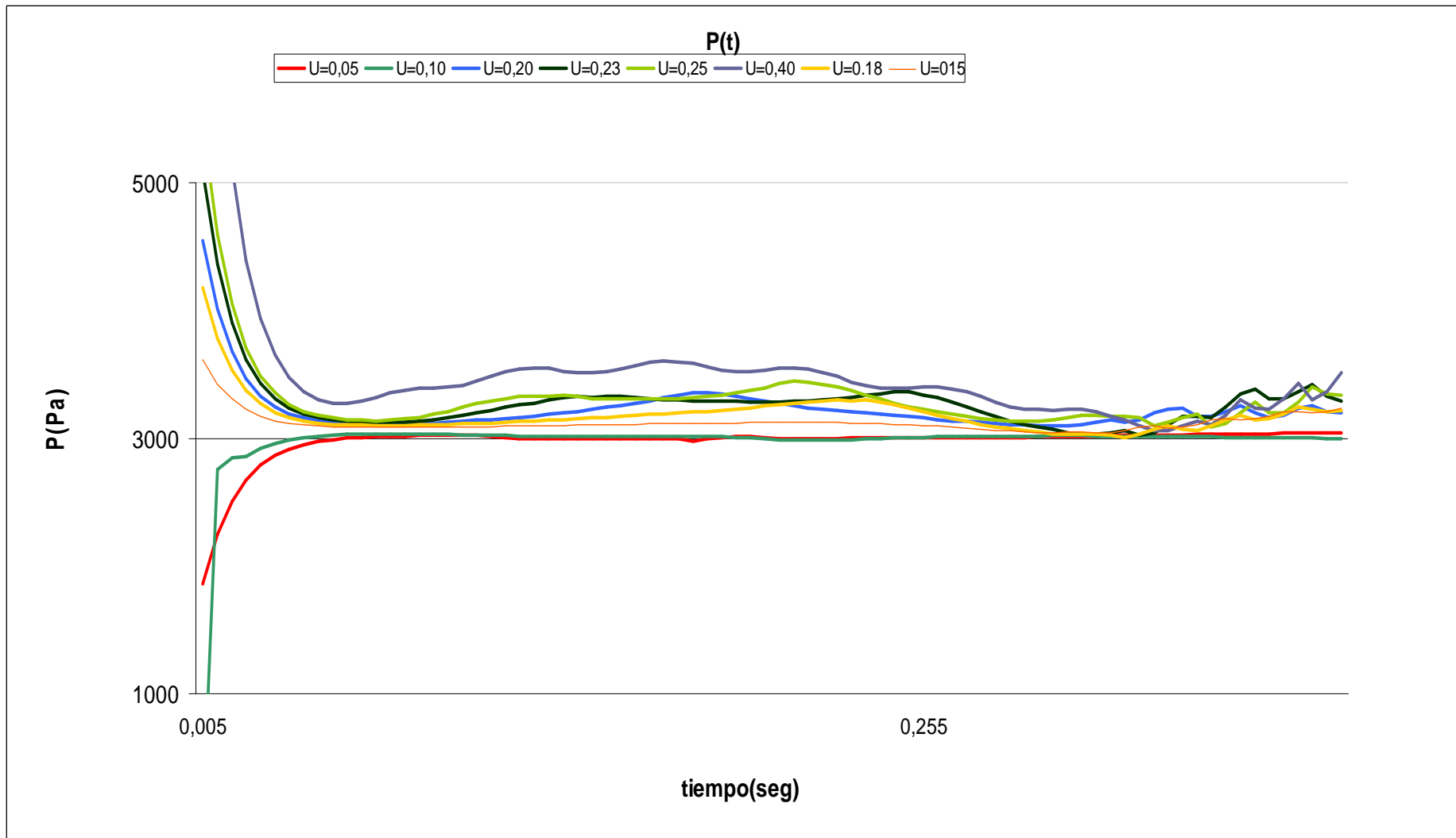


Figura 3.9. "Gráfico1"Detalle señal de presión en el tiempo

De este modo se puede apreciar como para las velocidades de inyección menores a 0,18m/s su valor se estabiliza rápidamente en el valor comentado anteriormente. Mientras que el resto de casos simulados tienen una fluctuación antes de los 0,255 segundos de simulación. Este hecho es más pronunciado a mayores velocidades de inyección, de tal forma que la expansión del lecho es mayor y proporcional a la velocidad de inyección, como cabría de esperarse y se ha obtenido. Este hecho se ha corroborado con la bibliografía.

Por otro lado si ampliamos el rango de tiempos de la simulación (gráfico 2), podemos observar las fluctuaciones cuasi-periódicas provocadas por el paso de las burbujas que aparecen en el lecho por el punto de medida elegido. También se aprecia como la periodicidad y amplitud de estas fluctuaciones son mayores cuanto mayor es la velocidad de inyección. Por lo que en los casos de velocidades cercanas a la de fluidización teórica del lecho tienen una menor periodicidad y menor amplitud en la señal de presión obtenida. Efecto que podemos relacionar con el tamaño de las burbujas que aparecen en el lecho y su aparición.

Pudiendo observar, más tarde se mostrará con mayor detalle, que los casos cercanos al límite de mínima fluidización presentan un comportamiento “similar” al de los casos totalmente fluidizados. Este efecto se debe comentar debido a la existencia de muy pequeñas variaciones en la presión, las cuales son despreciables frente al resto provocadas por el paso de aire entre las partículas del lecho sin fluidizar estas. Este hecho es claramente apreciable en velocidades de inyección como 0.15, 0.18 y 0.20 m/s los cuales se considerarán en fluidización incipiente debido a lo comentado.

De todos modos este efecto y sus consecuencias será presentado y explicado posteriormente con la presentación de los gráficos P-t de forma detallada.

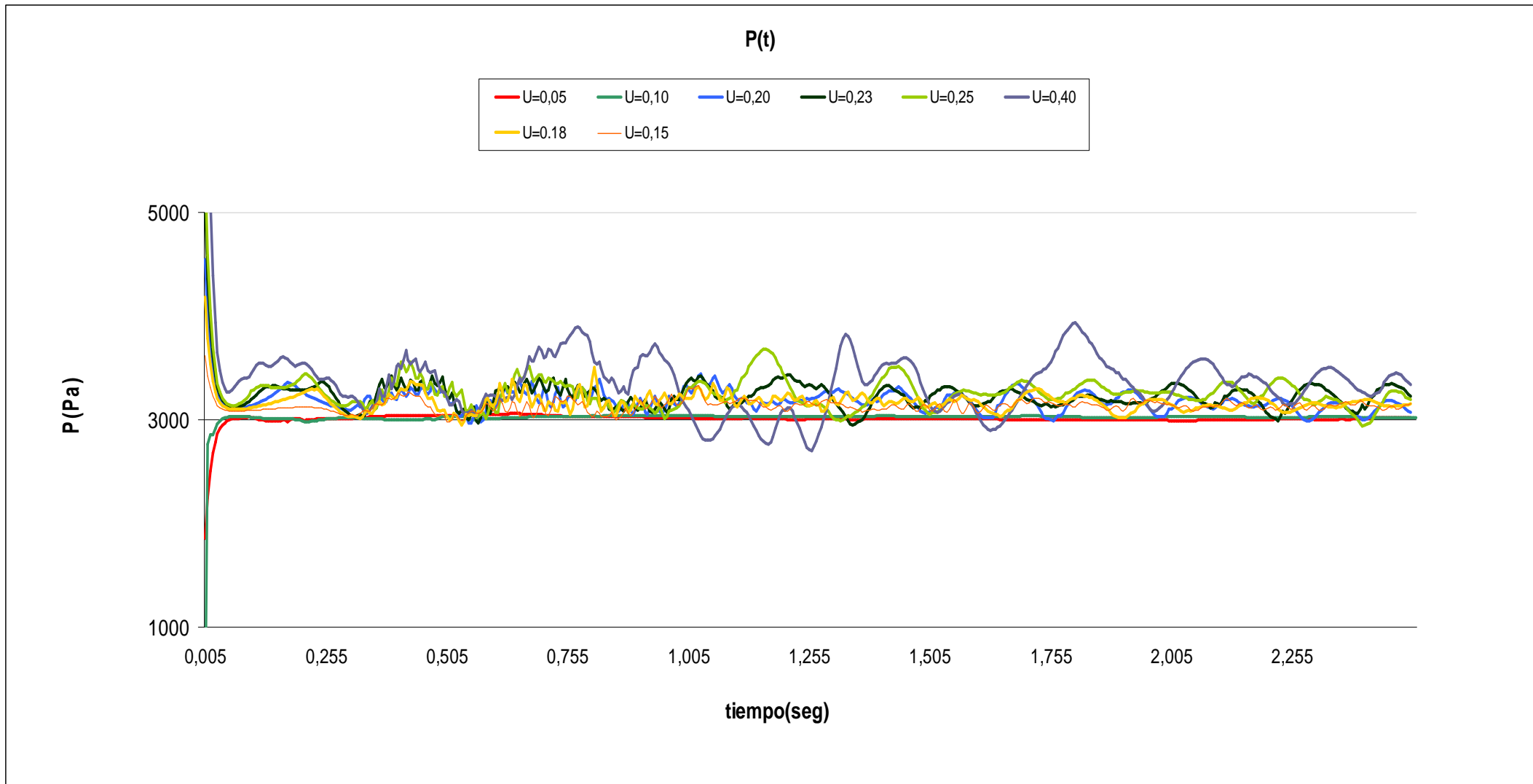


Figura 3.10. "Gráfico2" Gráfico de presión frente a tiempo

Como se ha comentado anteriormente, se continuará con la presentación de los gráficos P-t conseguidos en cada simulación realizada. Se presentarán por separado, de forma que podamos observar el comportamiento y características de cada uno de ellos.

Los tres primeros gráficos presentan el comportamiento de la presión durante la simulación del lecho a velocidades claramente menores a la de fluidización teórica. Corresponden a las de velocidades de inyección de 0.05, 0.10 y 0.15m/s.

Se caracterizan por una clara tendencia al valor constante de 3000Pa, que se corresponde con el valor de  $\Delta P = \rho g H (1 - \varepsilon)$  del lecho simulado, al cual no debería aproximarse como se ha comentado anteriormente. Por lo que claramente podemos concluir que el modelo empleado por FLUENT no es capaz de simular el caso para regímenes menores al de mínima fluidización. Y por otro descartar valores cercanos a los presentados como posibles resultados de la velocidad de mínima fluidización.

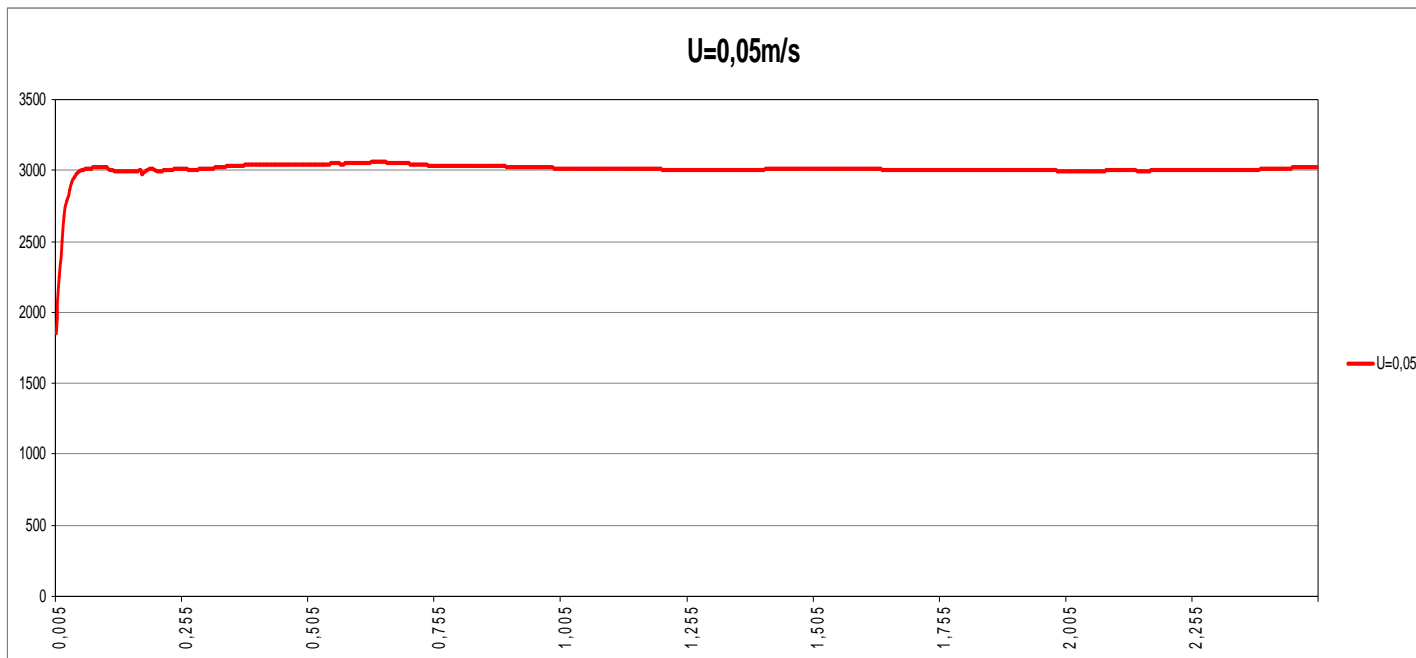


Figura 3.11. Gráfico P-t para  $U = 0,05 \text{ m/s}$

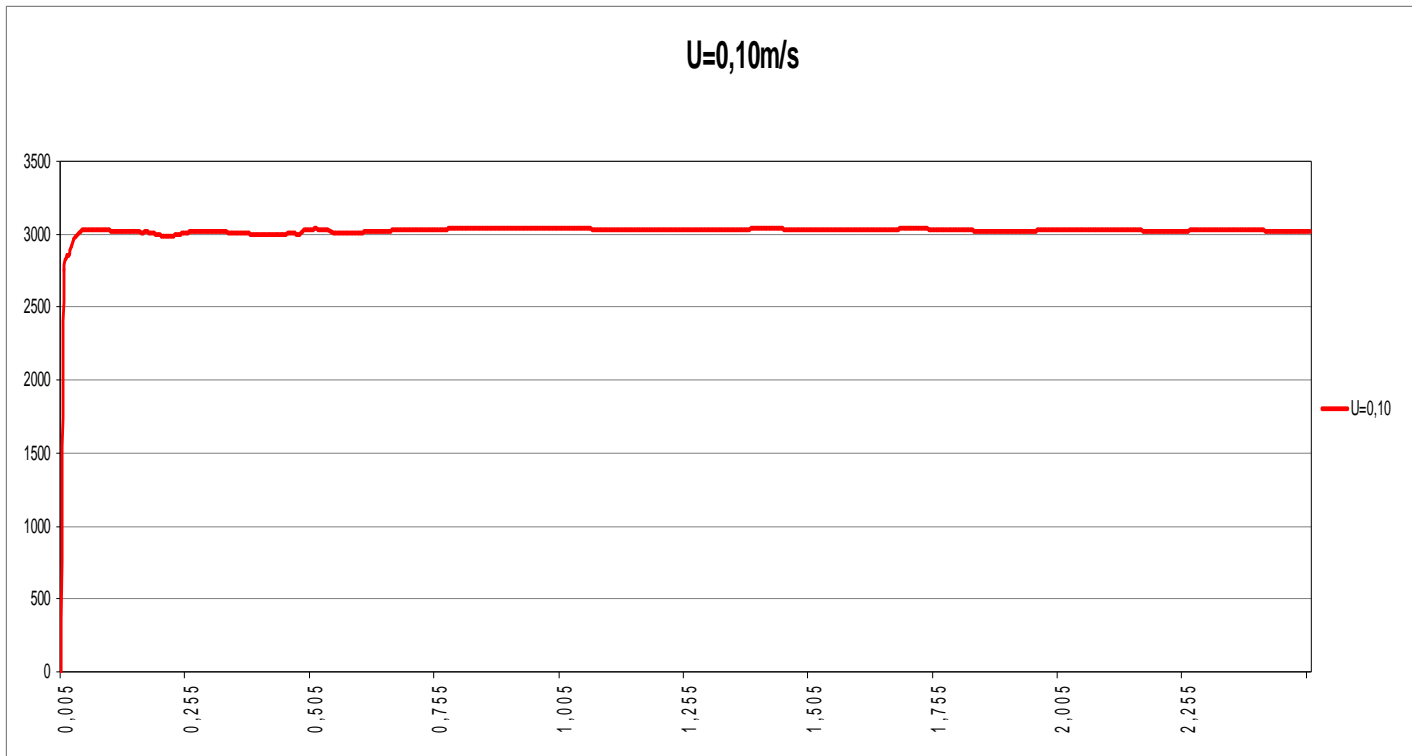


Figura 3.12. Gráfico P-t para  $U=0,10\text{ m/s}$

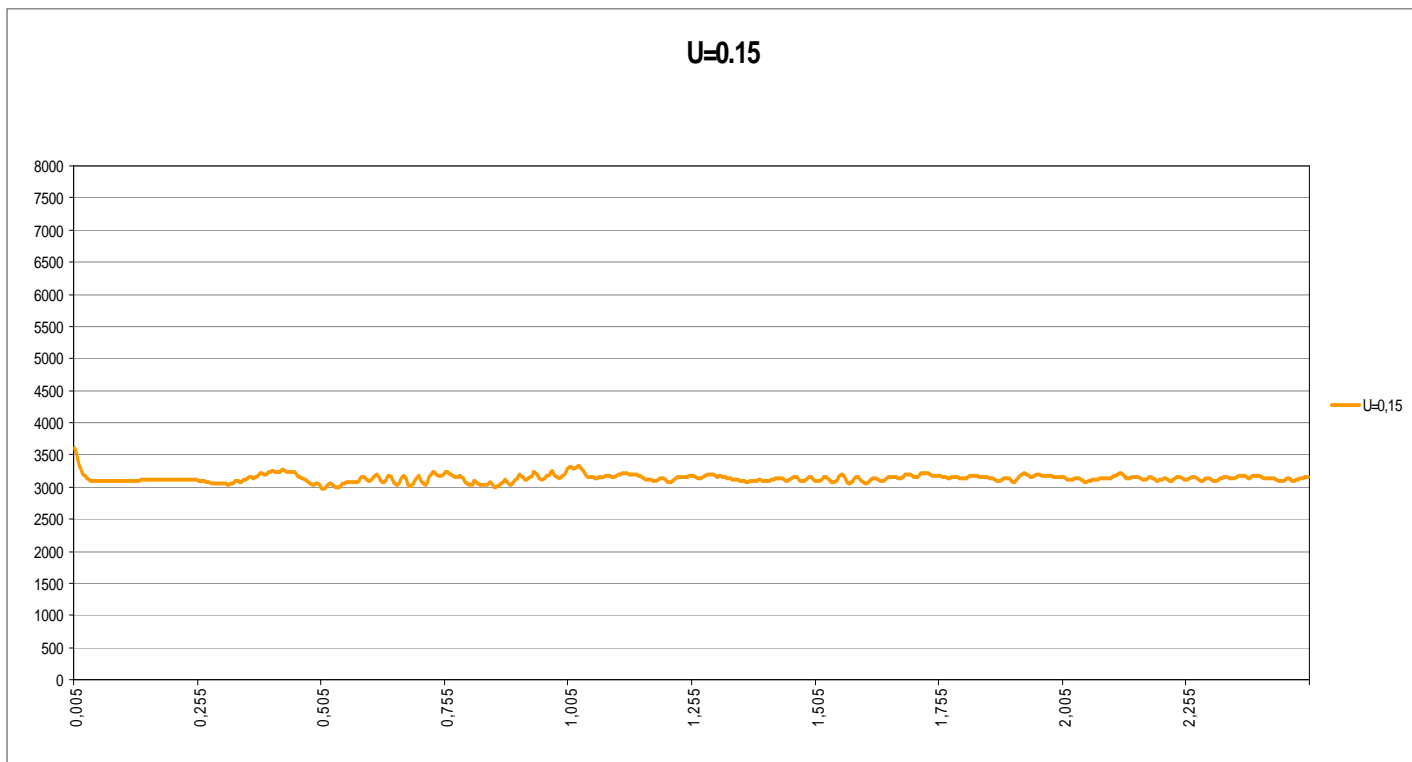
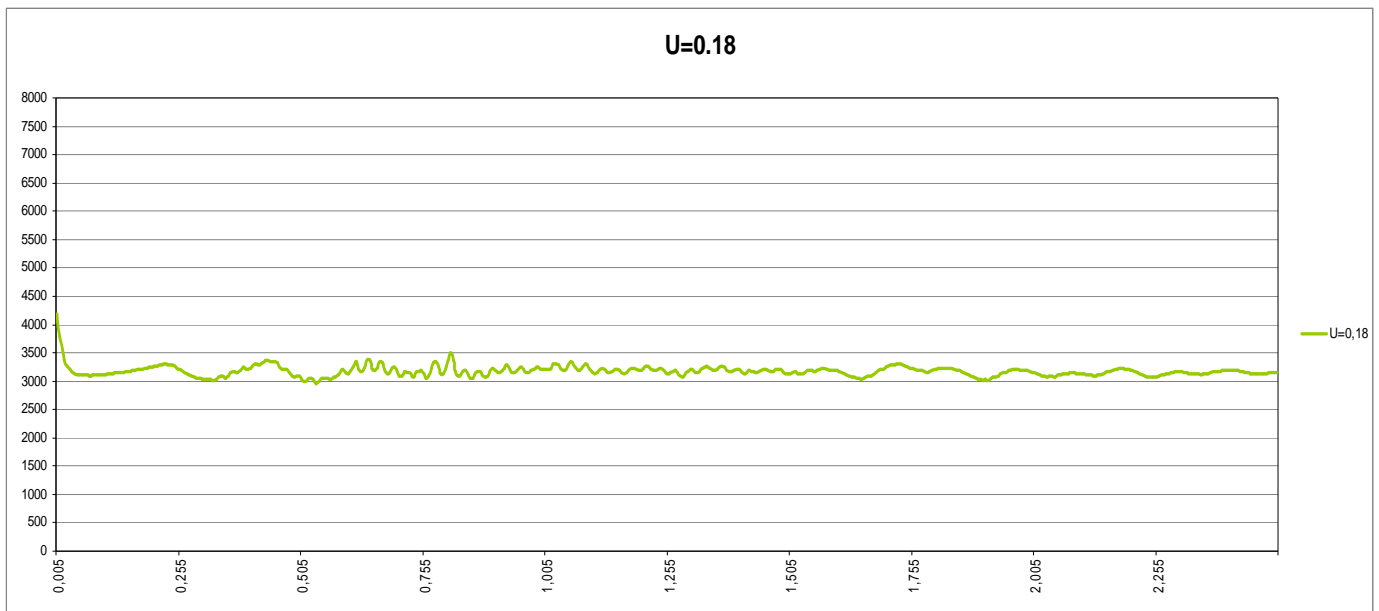


Figura 3.13. Gráfico P-t para  $U=0,15\text{ m/s}$

Continuando con la presentación de los datos obtenidos, se presenta el caso de una velocidad cercana a la velocidad de fluidización, atendiendo a velocidades de 0.18m/s se aprecian resultados diferentes a los anteriores y ya comentados.

En este caso aparecen fluctuaciones en el valor de la presión caracterizadas por una estabilización al valor  $\Delta P = \rho g H (1 - \varepsilon)$ , tras el cual aparece un aumento de presión y caída de alrededor de 0,25 seg. Esta primera fluctuación es debida a la expansión del lecho. Tras ella, aparecen pequeñas fluctuaciones, las cuales son de pequeña amplitud y alta frecuencia; las cuales son provocadas por el movimiento de las partículas sólidas y el paso del aire a través de ellas sin formar burbujas. Por lo que el gráfico P-t descrito corresponde a un lecho en el que no existe fluidización y únicamente aparece expansión del lecho. Como se aprecia a continuación:



*Figura 3.14. Gráfico P-t para U=0,18m/s*

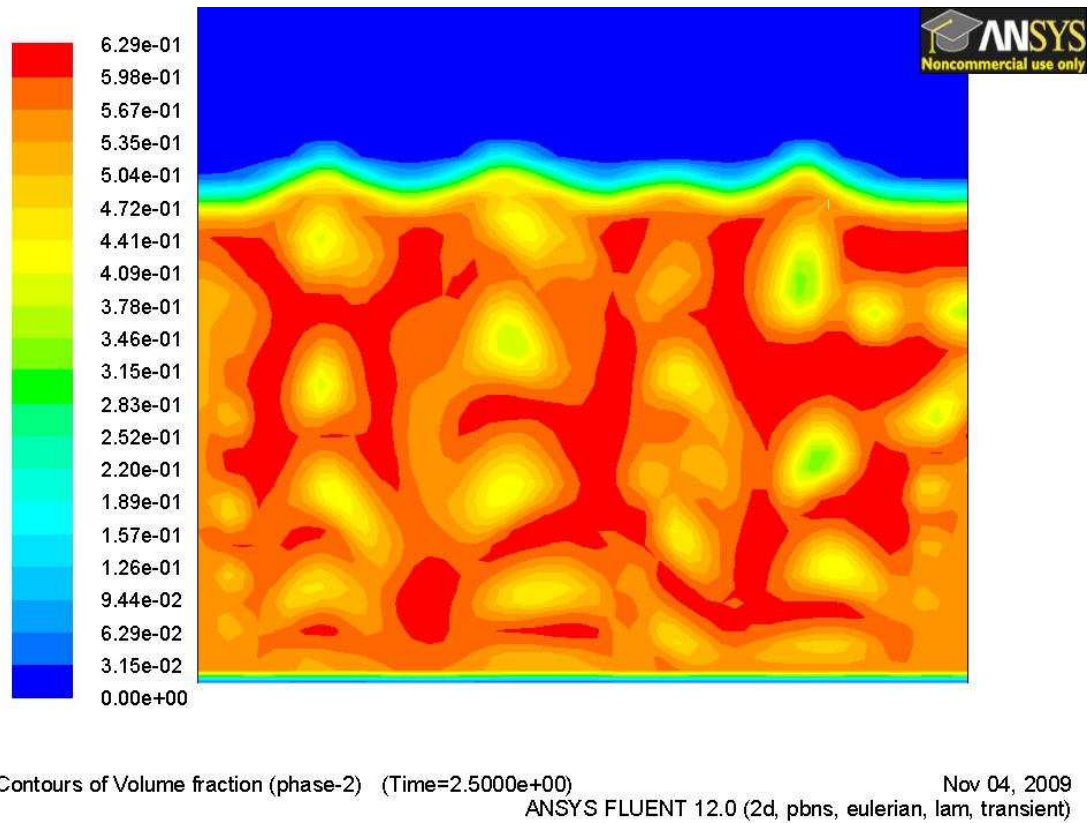


Figura 3.15. Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.18\text{m/s}$

Continuando con la presentación de los resultados tras el segundo post-proceso, en el siguiente gráfico se puede apreciar el mismo efecto anterior.

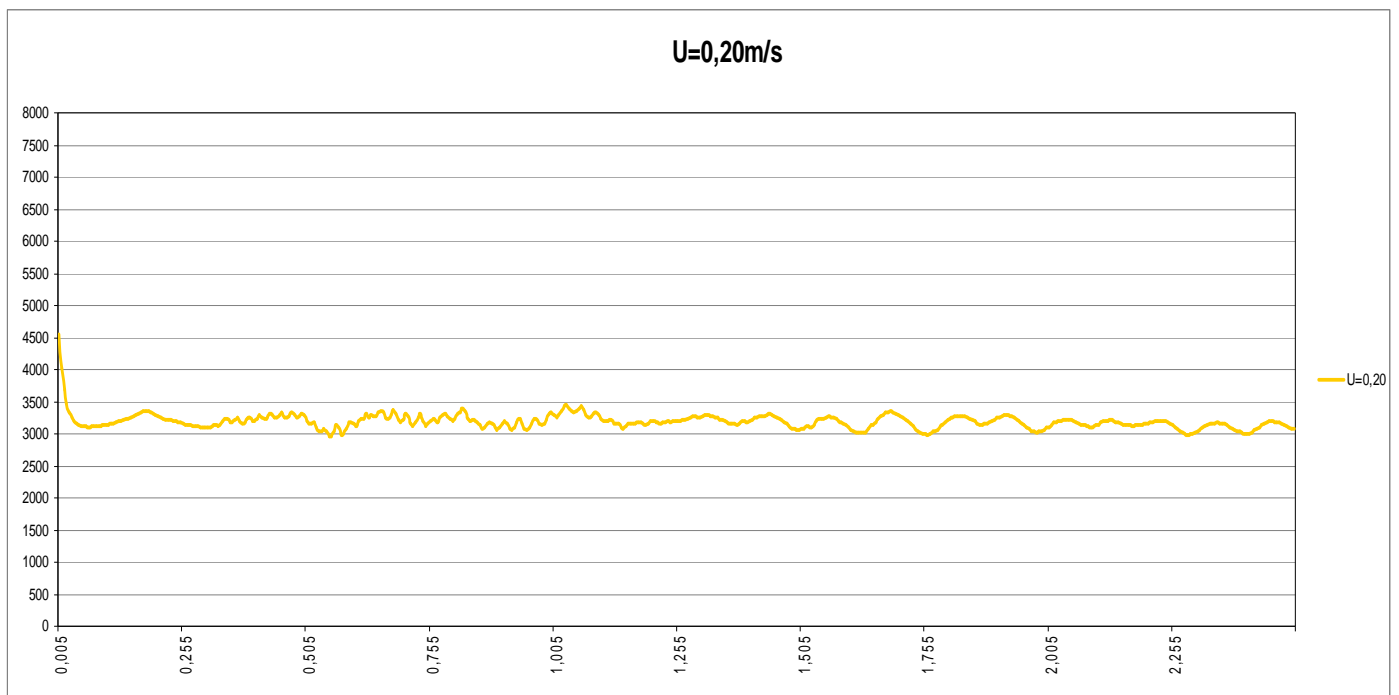


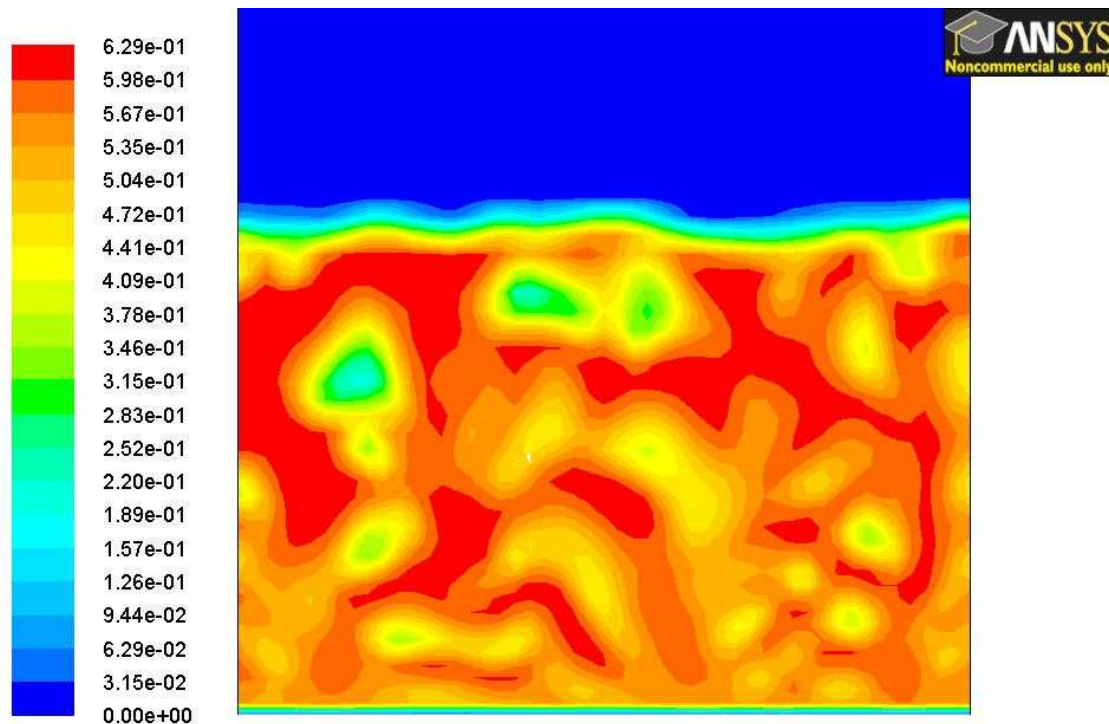
Figura 3.16. Gráfico P-t para  $U=0,20\text{m/s}$



La única diferencia es que las pequeñas fluctuaciones generan en su valor medio unas fluctuaciones de cierta periodicidad, pero no definidas completamente como en casos totalmente fluidizados.

En cambio, en este caso, para tiempos de simulación superiores a los 1.5seg se pueden distinguir las estructuras descritas pero esta vez con una mejor definición. Lo cual puede ser la aparición de microburbujas, que provocan el estado de fluidización incipiente; sobre el que una pequeña variación del caudal de inyección provocaría el estado fluido del lecho.

Contrastando con las iso-superficies de porcentaje de fase sólida en un instante de la simulación, se puede apreciar la existencia de intersticios con menor concentración de partículas, pero no considerable como burbujas, por lo que podemos definir como estado de fluidización incipiente en este caso, como se puede apreciar a continuación:



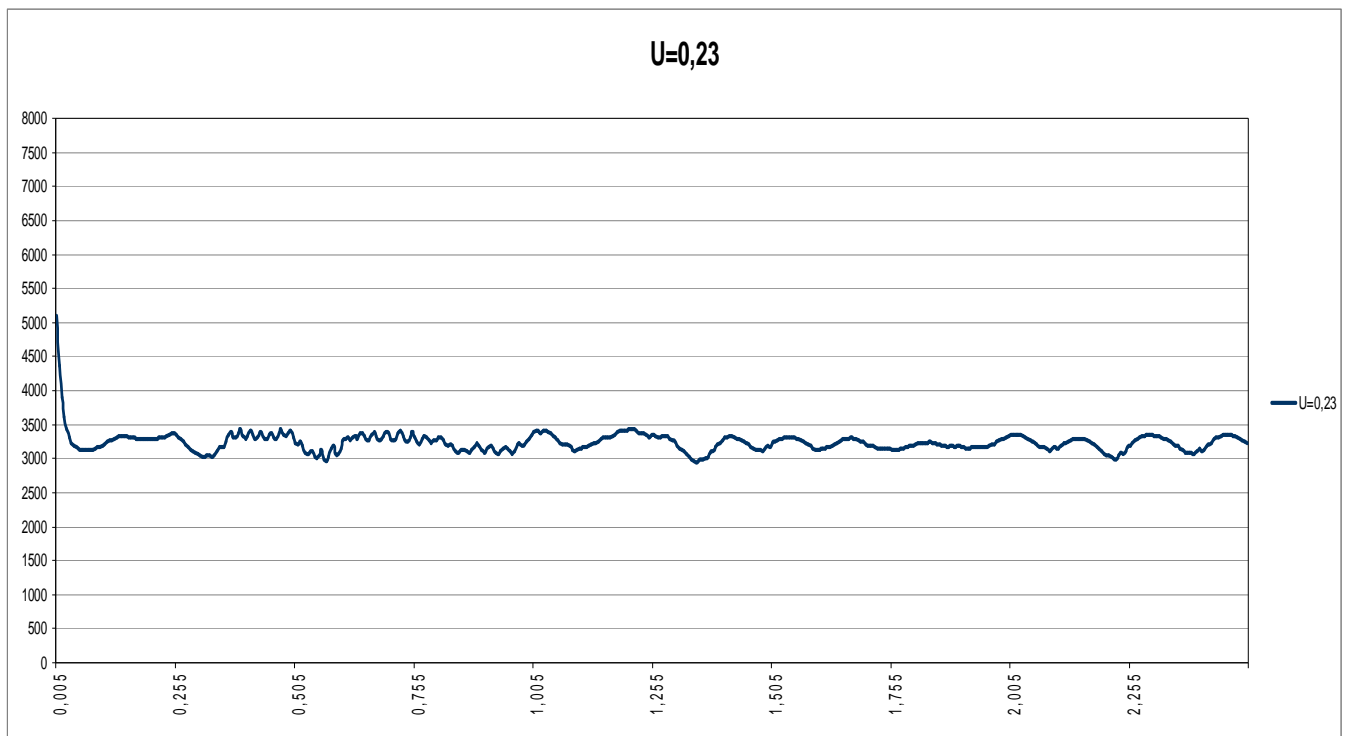
Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00)

Nov 04, 2009

ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

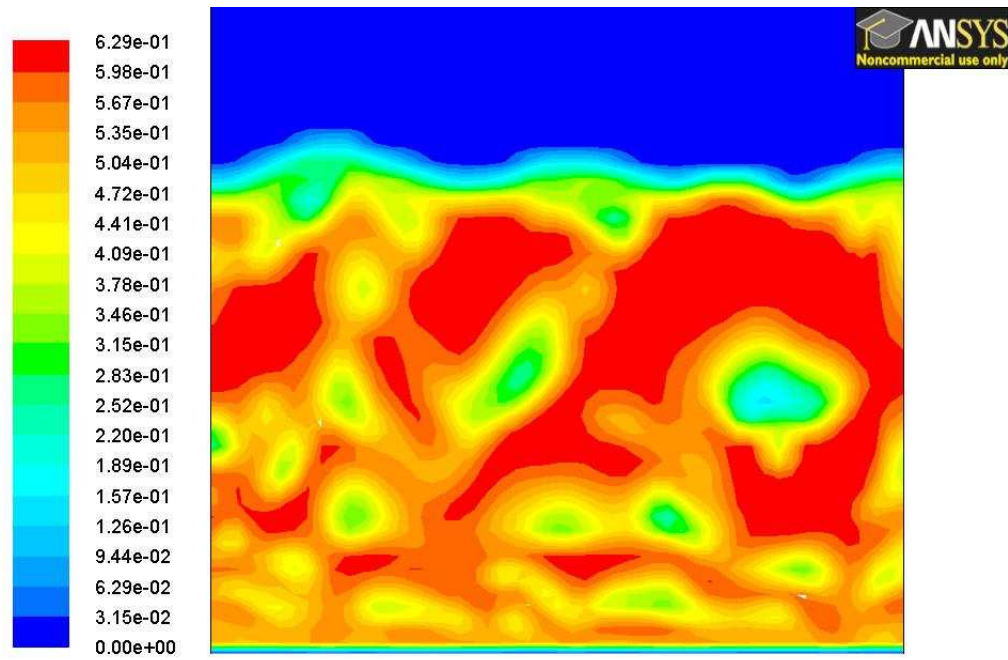
*Figura 3.17. Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.20\text{m/s}$*

No obstante si continuamos aumentando la velocidad de inyección a la que sometemos la simulación se observa que las pequeñas y rápidas fluctuaciones/variaciones que aparecían para caudales menores, comienzan a tener cada vez de menor importancia en la simulación, en post de las fluctuaciones de mayor amplitud y periodo. Este efecto se aprecia claramente al comparar los gráficos anteriores a la de velocidad de inyección de 0.23m/s.



*Figura 3.18. Gráfico P-t para U=0,23m/s*

Anteriormente hemos relacionado esta última forma de las variaciones de presión con el paso de burbujas por el punto de medida de presión. Lo cual es ahora más claro y evidente. Por lo que, podemos definir que la velocidad buscada será de valor superior a 0.20m/s, definido como fluidización incipiente, y mayor también a 0.23m/s, donde se aprecian las primeras burbujas. Esta afirmación la podemos apoyar, pero no basar en los resultados del porcentaje de fase sólida del lecho en la simulación. A continuación se muestran los resultados en los que nos podemos apoyar:



Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00) Nov 04, 2009  
ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

Figura 3.19. Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.23\text{m/s}$

En la que podemos observar que la interfase comienza a perder la homogeneidad mostrada en los casos anteriores con velocidades de inyección menores.

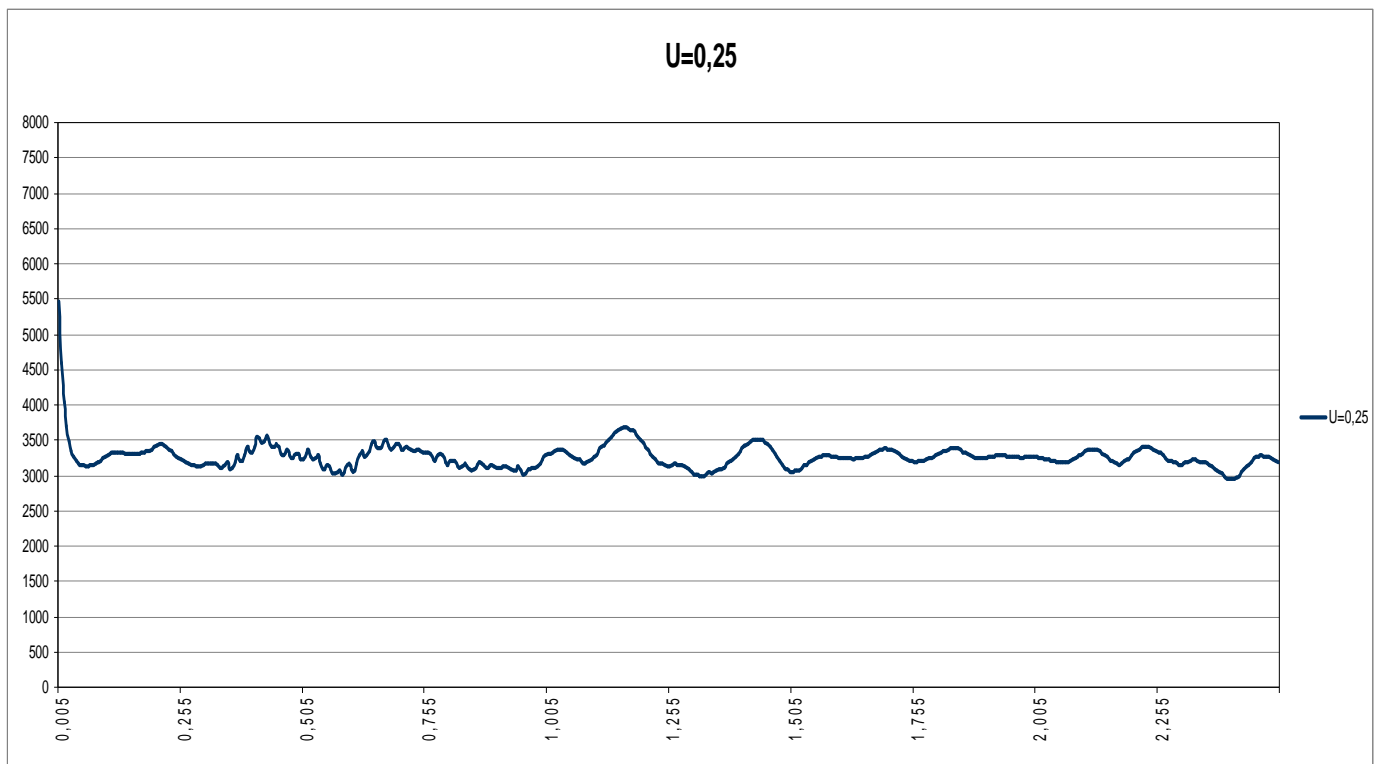
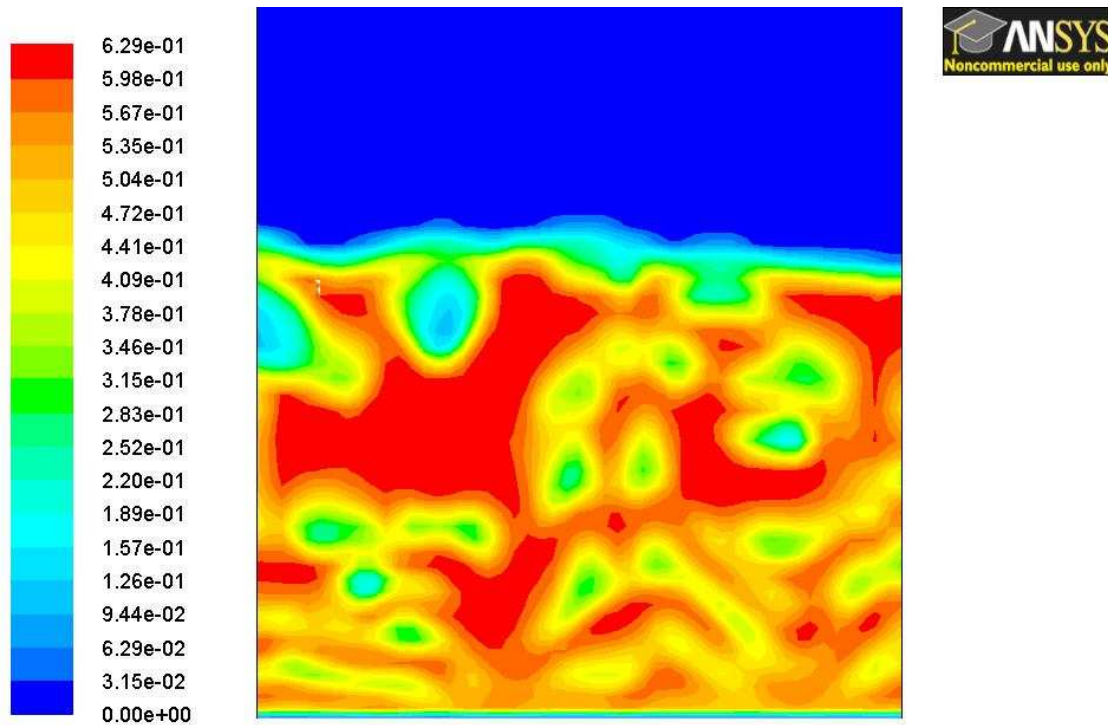


Figura 3.20. Gráfico P-t para  $U=0.25\text{m/s}$



Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00) Nov 04, 2009  
ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

*Figura 3.21. Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.25\text{m/s}$*

Si continuamos con la presentación de los resultados obtenidos podemos observar como los efectos mencionados son más importantes, marcados y nítidos al continuar con el aumento del caudal de inyección de aire. Así este efecto, junto a los descritos sobre el caso de velocidad de inyección de  $0.23\text{m/s}$ , se pueden apreciar con mayor intensidad con el incremento de la velocidad.

Del mismo modo la aparición de claras burbujas o la mayor nitidez en la definición de las fluctuaciones definidas a través de las gráficas P-t nos dan como resultado que la velocidad de mínima fluidización se puede definir en un valor entre  $0.23$  y  $0.25\text{m/s}$ , como se aprecia en los resultados de velocidad de inyección de  $0.25\text{m/s}$ .

Esta afirmación se ve corroborada con la presentación de los siguientes resultados, que se corresponden a velocidades mayores como son  $0.35\text{m/s}$  y  $0.40\text{m/s}$ , las cuales se encuentran en régimen burbujeante según resultados empíricos.

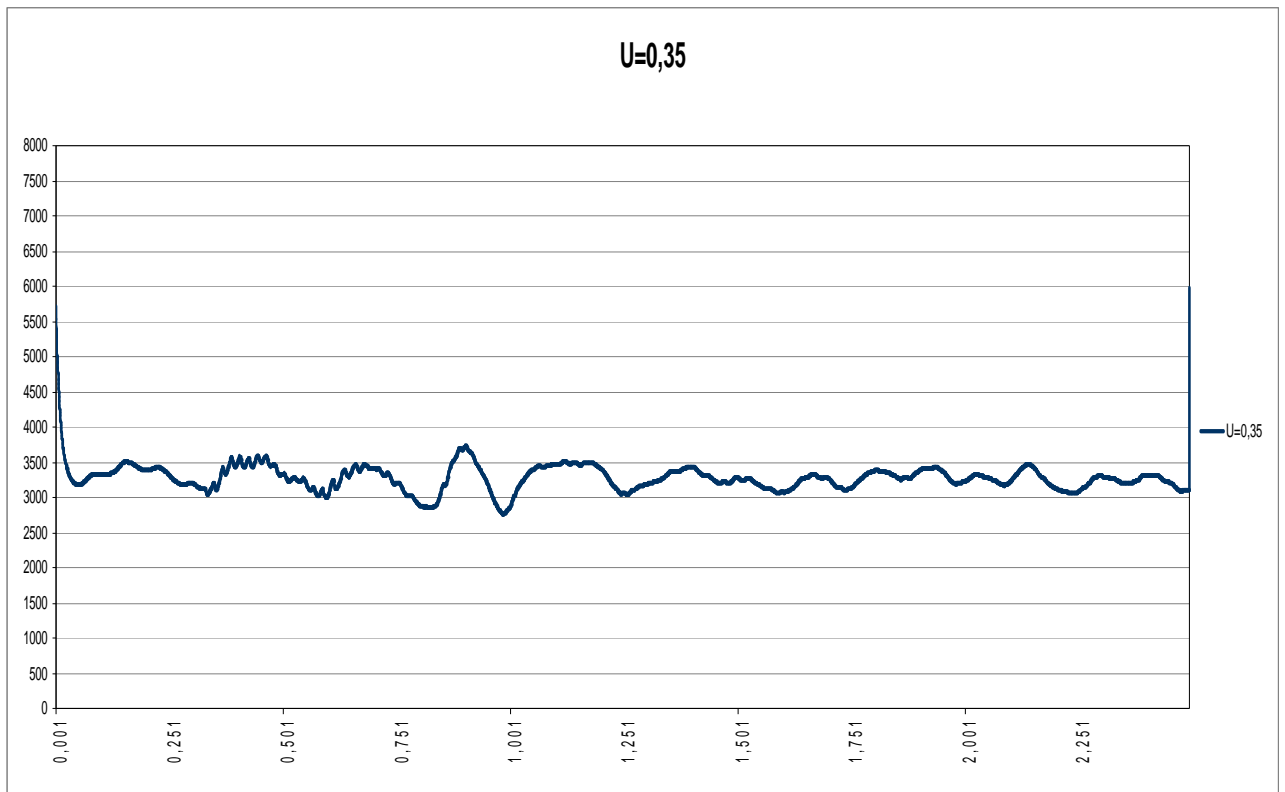
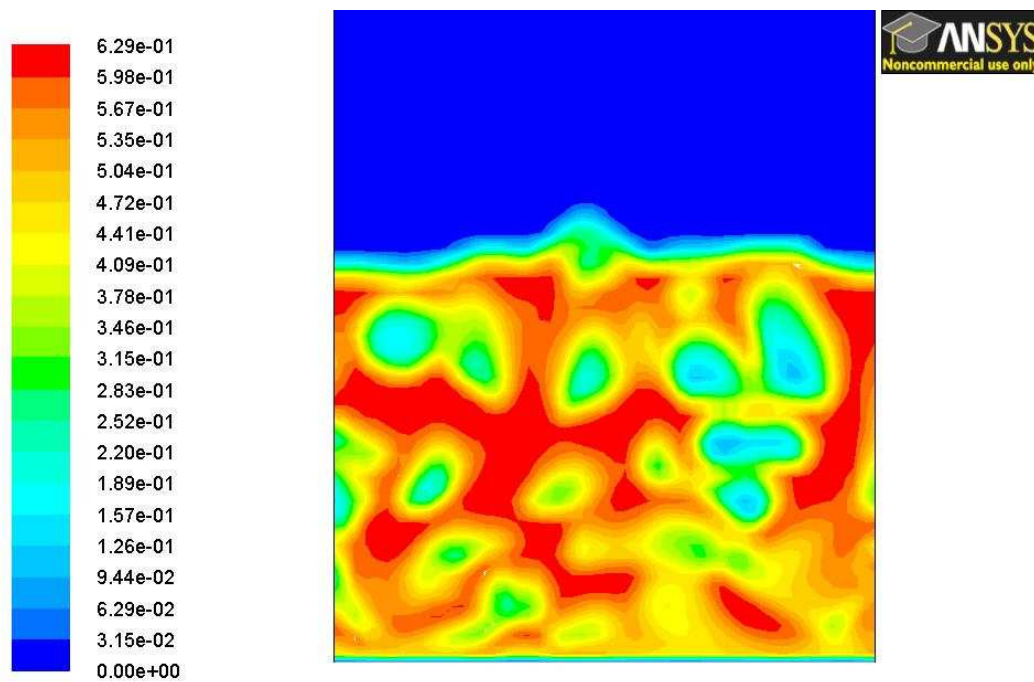


Figura 3.22 Gráfico P-t para  $U=0,35\text{m/s}$



Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00) Nov 04, 2009  
ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

Figura 3.23 Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.35\text{m/s}$

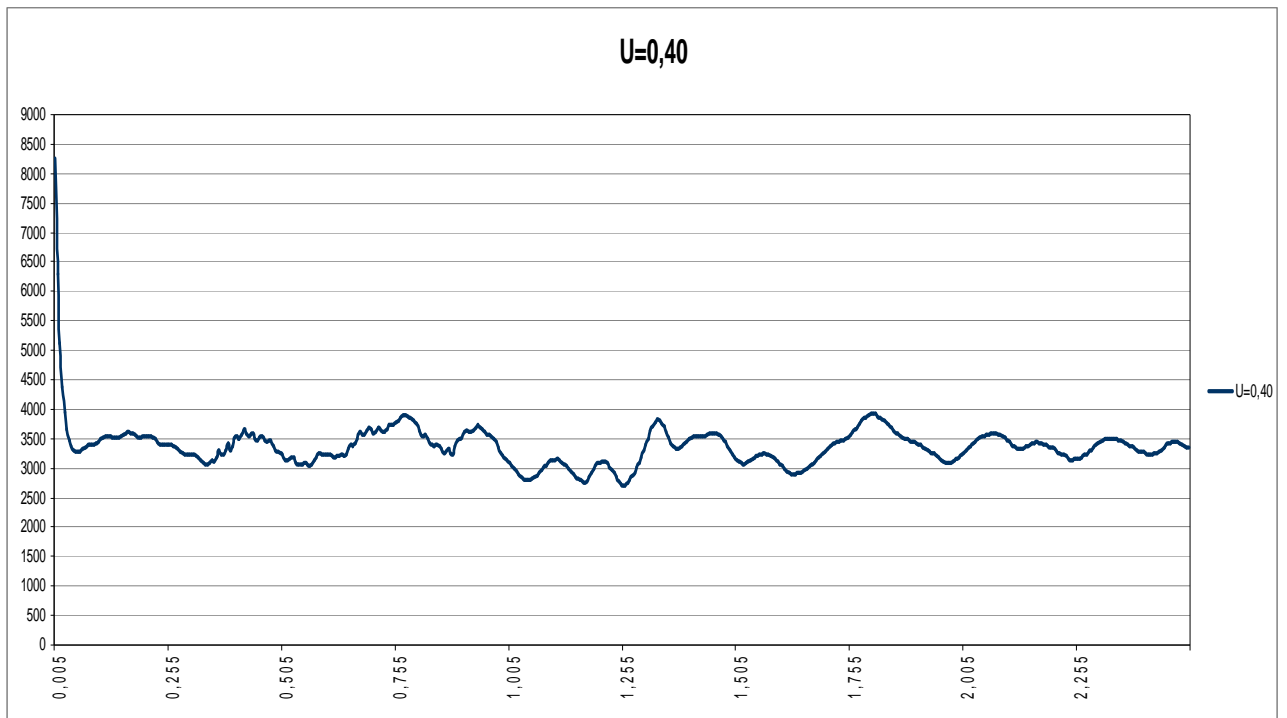
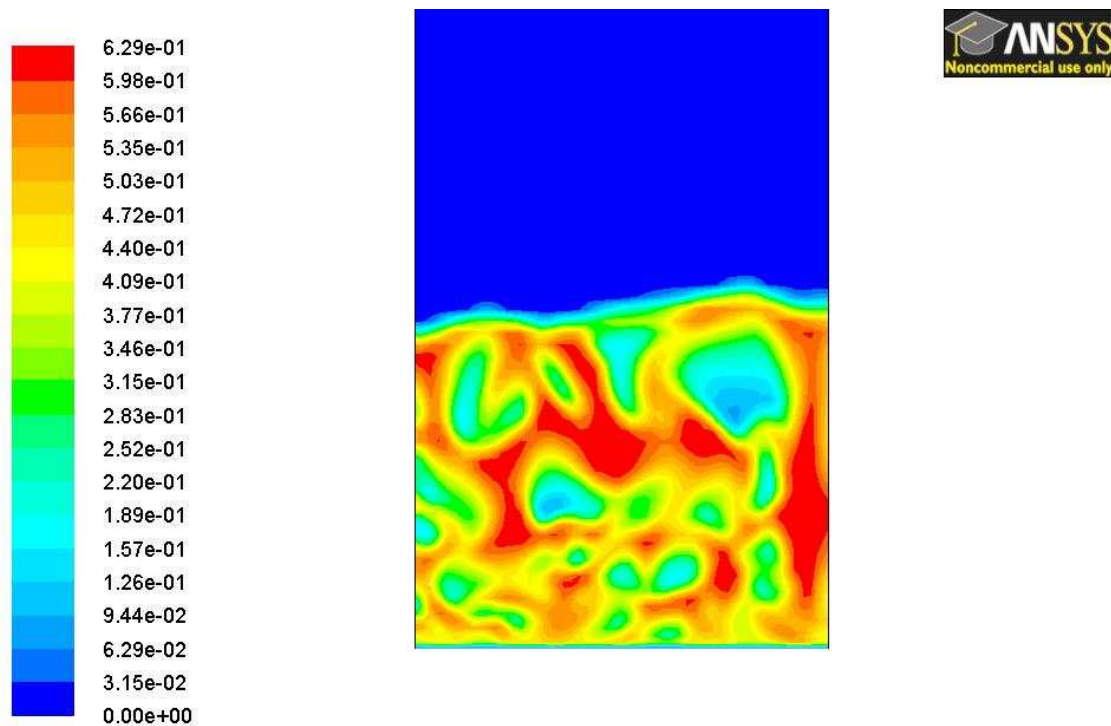


Figura 3.24 Gráfico P-t para  $U=0,40\text{m/s}$



Contours of Volume fraction (phase-2) (Time=2.5000e+00) Nov 04, 2009  
ANSYS FLUENT 12.0 (2d, pbns, eulerian, lam, transient)

Figura 3.25 Porcentaje de fase sólida en volumen para  $U=0.40\text{m/s}$

En estos últimos resultados presentados, correspondientes a las velocidades de inyección de 0,35 y 0,40 m/s se pueden observar la aparición de los efectos descritos anteriormente. De modo que se observa un claro crecimiento en la amplitud de las fluctuaciones, provocado por el mayor tamaño de las burbujas que aparecen en el lecho, tal y como ya se ha descrito. Al igual que la frecuencia de aparición de las mismas es de carácter cuasi-estacionario promovido por el régimen burbujeante en el que se encuentra el lecho simulado.

Por otro lado también se aprecia cómo las pequeñas fluctuaciones debidas al paso del aire entre las partículas del lecho desaparecen totalmente con la generación de burbujas completas.

Del mismo modo se debe mencionar el efecto de la coalescencia entre burbujas que puede aparecer. Este efecto que se aprecia de forma mayor cuanto mayor es la velocidad de inyección en los lechos compuestos por partículas tipo Geldart B, como es nuestro caso. Así este efecto es proporcional a la altura del lecho en la cual se realice la observación. Produciéndose en mayor medida a lo largo de la ascensión de las burbujas. También, el efecto, tiene una mayor notoriedad en menores alturas del lecho cuanto mayor sea la velocidad de inyección, siendo más fácil de apreciar.

Este efecto, ya comentado, es apreciable en los casos de caudales de inyección “alejados” de la velocidad de mínima fluidización, a través de mayores amplitudes de fluctuación de la señal de presión. Valor extrapolable a un tamaño de burbuja mayor, que si unimos a que la señal de presión ha sido recogida a un altura constante, se puede ratificar la presencia de coalescencia en la simulación realizada. Quedando justificada la clara tendencia de las fluctuaciones en los casos de mayor velocidad de inyección, como son los últimos dos mostrados.

Con los datos presentados se puede afirmar que la velocidad de mínima fluidización del lecho se encuentra en un valor acotado por las velocidades de inyección del lecho de 0,23m/s y 0,25m/s. Este dato es una aproximación suficiente para la culminación de las simulaciones y cerrar la parte de búsqueda de resultados del presente proyecto, debido a que tras la primera y tajante afirmación de la imposibilidad de determinar la curva de mínima fluidización con los modelos y parámetros elegidos en FLUENT, la determinación de la posible velocidad de mínima fluidización del lecho con un error de 0,02m/s en la velocidad de inyección se considera como una buena precisión y suficiente.



## **Capítulo cuarto:** *Presentación de resultados empíricos del lecho simulado.*

### **I. Presentación de los resultados empíricos**

Los resultados que se presentarán a continuación son los conseguidos por Sergio Sánchez Delgado de forma empírica en el ensayo del lecho bidimensional simulado. Para ello se ha basado en la medida de la presión bajo la referencia de la cámara Plenum del lecho bidimensional. De este modo se han conseguido, de forma real, la señal de presión en un punto conocido del lecho recogido con una frecuencia de 10Hz.

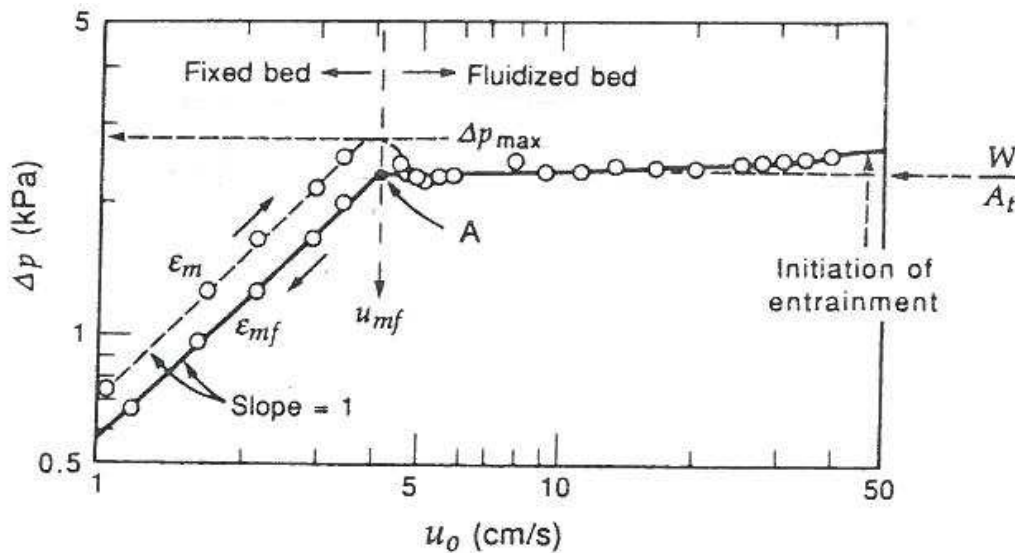
Dentro de los resultados conseguidos de manera experimental se encuentran los análogos a la simulación realizada: partículas de  $350\mu\text{m}$ , lecho fijo de 0.3m y espesor del lecho de 0.5mm, ya que la experimentación del lecho real no se ha reducido a este caso en particular.

Se debe comentar que con la medida de presión conseguida es el resultado de la pérdida de carga que provoca el lecho junto al provocado por los difusores. Así, en la determinación empírica, se tuvo en cuenta este efecto modelizando la pérdida de carga en los mismos y teniéndola en cuenta en la medida realizada.

Con estos datos se ha conseguido la determinación de la curva de mínima fluidización de forma experimental. Para ello se experimentó el lecho con diferentes caudales de inyección, y así conseguir un valor de presión medio para cada uno de ellos. Así se consiguen los resultados de mínima fluidización tanto aumentando la velocidad como disminuyéndola. Lo cual provoca la aparición de la histéresis, ya explicada, en el los resultados obtenidos como se esperaba. Así si los valores son tomados con valores de caudal desde 0 incrementándolo hasta conseguir la fluidización, de forma que los valores obtenidos son diferentes a si el proceso de ensayo se lleva a cabo en sentido inverso.

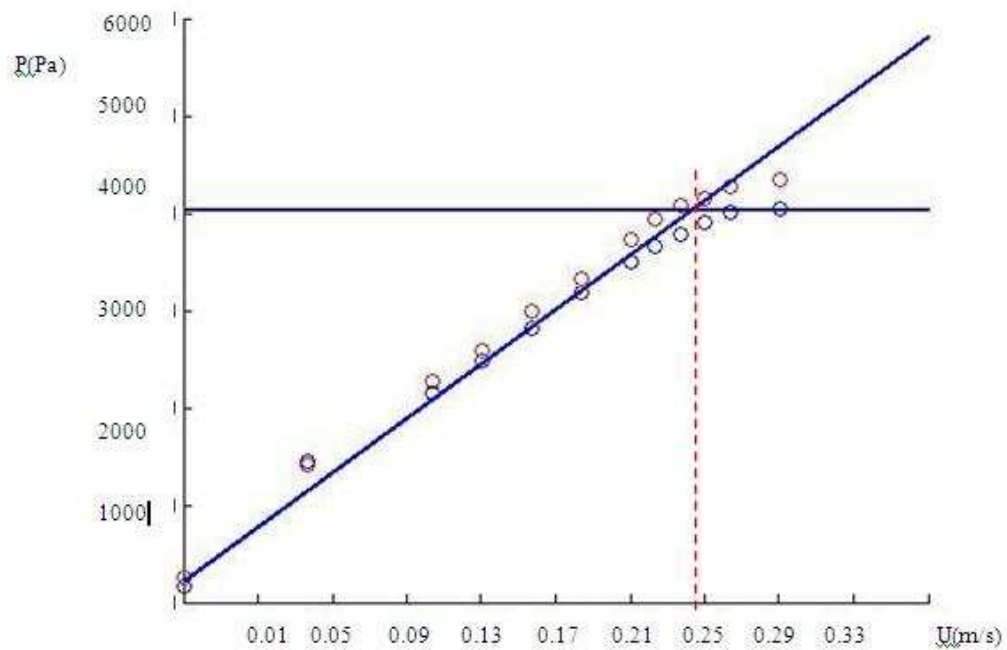
Esta histéresis en los resultados es provocada por la naturaleza del movimiento de las partículas en régimen fluidizado en el que se ven involucradas, de modo que la fluidización aparece más tarde si el orden de ensayo es creciente.

El fenómeno es debido a que es necesaria una mayor velocidad de inyección, que genere suficiente sustentación como para romper la estructura del lecho y las fuerzas cohesivas existentes entre las partículas. Las cuales no aparecen en el sentido inverso de ensayo. Así si por el contrario el ensayo se realiza disminuyendo el caudal inyectado, el lecho pasará de un régimen fluidizado a lecho fijo, con lo que se determinará una velocidad de mínima fluidización menor a la conseguida en el ensayo de “subida”.



*Figura 4.1. Curva de mínima fluidización con ciclo de histéresis*

Conocido el ciclo de histéresis que aparece en los ensayos para determinar la mínima fluidización del lecho se interpolan ambos resultados y se obtienen los siguientes resultados.



*Figura 4.2. Curva de mínima fluidización con ciclo de histéresis conseguida en ensayos*

## **II. Comparación entre resultados empíricos y simulados**

En este apartado se busca llevar a cabo la presentación de los datos necesarios para conseguir una buena y admisible comparación entre los resultados obtenidos en la simulación y los empíricos. Siendo el único dato comparable la velocidad de mínima fluidización obtenida por ambos métodos. Debido a la imposibilidad de haber determinado la curva de mínima fluidización a través de la simulación llevada a cabo hace imposible la comparación de la curva obtenida empíricamente y a través de la simulación.

De este modo el resultado conseguido empíricamente es un valor determinado y concreto gracias al método utilizado; mientras que el conseguido con la simulación no deja de ser un valor aproximado el cual no puede ser utilizado para llevar a cabo un estudio exhaustivo del lecho, sino que puede ser utilizado como un valor orientativo sobre el cual apoyar determinaciones de mayor exactitud y fidedignos.

Así el valor cerrado de la velocidad de mínima fluidización de 0.2356m/s conseguido de forma empírica se corresponde con el rango de valores que se ha podido determinar y cerrar a través de la simulación. Rango que se encuentra entre 0,23 y 0,25 m/s. Por lo que se ha considerado aceptable un posible error de calculo en la simulación de  $\pm 0.002$  m/s, considerando los problemas que se han planteado durante la simulación y posterior procesamiento de los resultados obtenidos.

## **Capítulo quinto:** *Conclusiones y posibles estudios futuros.*

### **I. Conclusiones**

Como conclusiones al estudio realizado en este proyecto cabría destacar el espectro de posibles estudios futuros que aparecen a raíz del mismo. Derivado tal vez por las incoherencias encontradas o quizás por la gran cantidad de posibilidades de simulación que ofrece Fluent 6.2, modelos de simulación y parametrización de los mismos; los cuales no entran en el marco del presente proyecto. Al respecto podemos realizar una presentación de las condiciones determinantes derivadas del estudio presentado a modo de resumen o conclusiones.

Respecto al software utilizado, tanto Gambit como Fluent, de todos es conocido su gran potencial a la hora de realizar simulaciones, implementaciones de geometrías de muy diferente complejidad y sencillez, así como el uso de modelos de simulación de las mismas. Este hecho deriva en una gran variabilidad de resultados, para un mismo caso.

En nuestro caso fue resuelto con la elección de un modelo multifase Euleriano, bajo la parametrización presentada en el capítulo correspondiente para la interacción como el comportamiento de las partículas del lecho.

En cuanto a la geometría implementada, su sencillez y el tipo de malla, homogénea y cuadrada, no ha supuesto un problema ni limitación en los resultados conseguidos, como ha podido ser la elección del modelo empleado y su parametrización. Que genera la principal dirección de estudios futuros derivados de la simulación.

Con todos los casos implementados y simulados se encontró que el modelo elegido y la elección de los parámetros propuestos no era capaz de determinar la curva

de mínima fluidización, resultado buscado, lo cual nos llevó a revisar la bibliografía disponible y ampliar la búsqueda para determinar la deseada curva. Con ello se encontraron resultados en los que se demostraba que FLUENT no era la herramienta idónea para la determinación de la curva de mínima fluidización, por lo que se debió buscar un camino alternativo para la consecución de resultados coherentes a la bibliografía y experimentos conocidos.

De este modo aparecieron dos alternativas de cálculo, una basada en un segundo post-proceso de los datos ya obtenidos y otra que implicaría la realización de una nueva batería de simulaciones y un posterior y diferente post-proceso basado en transformadas de Fourier. Así y tras la consulta con profesores y mi director de proyecto se optó por llevar a cabo la primera alternativa y en función de los resultados obtenidos pasar a la segunda; sin bien ninguna de las dos lograría determinar la curva de mínima fluidización. Con este esquema de trabajo cerrado el posterior post-proceso logró determinar una velocidad de mínima fluidización la cual es coherente y con el error lo suficientemente pequeño como para darlo como bueno. Pudiendo con ello cerrar el problema planteado y consiguiendo las siguientes conclusiones:

- Fluent no es la herramienta adecuada para la determinación de la curva de mínima fluidización de un lecho fluido, al ser incapaz de determinarla correctamente.
- De la conclusión anterior se puede especificar que es para velocidades por debajo de la de mínima fluidización para las que Fluent no es capaz de determinar correctamente los valores de presión necesarios para la construcción de la curva de mínima fluidización.
- No obstante se ha podido llevar a cabo una aproximación a la velocidad de mínima fluidización, a través del análisis dinámico de la señal de presión a lo largo del tiempo de simulación y su posterior post-proceso.

- Este método de determinación no es el más adecuado para hallar la mínima velocidad de fluidización, debido a la imposibilidad de definir la curva de mínima fluidización y apoyarse en resultados que deben ser examinados subjetivamente, al ser cualitativos, como son los porcentajes de fase sólida en la simulación, si bien son de apoyo y no determinantes.
- Podemos afirmar que la aproximación conseguida es coherente a los datos empíricos obtenidos y presentados, con su valor comprendido entre 0.23 y 0.25 m/s. Como igualmente los resultados de la simulación son coherentes a los resultados encontrados en la bibliografía disponible y consultada.
- El método utilizado es rápido y fehaciente si se quiere conseguir un valor aproximado de forma rápida para continuar con otros métodos, simulaciones o experimentos reales; de modo que nos puede dar una buena aproximación al comportamiento real, sin ser posible realizar estudios importantes basados en estos.
- En los resultados obtenidos se han podido determinar y mostrar las tres zonas de comportamiento en función de la velocidad de inyección como son las de lecho fijo, fluidizado y fluidización incipiente.
- Del mismo modo, los comportamientos obtenidos son fehacientes a los encontrados en la bibliografía, mostrándose en las gráficas P-t las inflexiones características en el comportamiento del lecho, aparición de burbujas, coalescencia de las mismas y paso por el régimen de mínima fluidización. Resultado que nos ha hecho determinar la velocidad de mínima fluidización buscada.
- Podemos afirmar que las fluctuaciones y puntos de inflexión obtenidos en el análisis dinámico de la presión se corresponden con el paso de burbujas, de mayor tamaño en función de la amplitud de la señal. Y su paso cuasi-periódico con el régimen burbujeante estabilizado en el lecho.

## **II. Estudios futuros**

Los posibles estudios futuros generados por un estudio, proyecto o similar, surgen debido a la necesidad de cerrar, completar o investigar en las posibles vertientes y caminos de estudio que el citado documento no ha sido capaz de llevar a cabo o no han resultado interesantes para el mismo. Debido a esta razón y por los múltiples opciones y posibilidades han surgido en la elaboración de este proyecto este capítulo deberá resumir todas aquellas alternativas y conclusiones que puedan tener importancia en un futuro. De este modo los posibles estudios futuros derivados de este proyecto podrían ser:

- La comprobación de los resultados obtenidos a través de la segunda posibilidad planteada en el presente proyecto que se basaría en la aplicación de la transformada de Fourier para llevar a cabo estudio de aparición , crecimiento y comportamiento de las burbujas en el lecho.
- Búsqueda de curva de mínima fluidización con la utilización de otras herramientas de simulación y comparación con la simulación en FLUENT realizada.
- Estudio del modelo multifase Euleriano y método de resolución del mismo, para determinar la imposibilidad de FLUENT en el desarrollo del modelo para velocidades por debajo a la de mínima fluidización.
- Posible estudio de la influencia en la modelización del lecho de la existencia de un distribuidor en el modelo de simulación utilizado.
- Aplicación de Fluent para la determinación y estudio de los diferentes regímenes de fluidización.
- Estudio de aplicaciones sobre lecho en 3D en Fluent



Estas cuatro posibilidades son la que durante la realización de la simulación y redacción del proyecto se plantearon, lo cual no exime de posibles estudios relacionados y que pudieran ser derivado de la lectura del texto íntegro del proyecto fin de carrera presentado y que finaliza en este punto.

## **Bibliografía**

1. D.KUNNI y O.LEVENSPIEL. “Fluidization Engineering”  
Ed. Butterworth-Heinmann. Second Edition,1991.
2. F.TAGHIPOUR, NAOKO ELLIS, C.WONG. “Experimental and computational study of gas-solid fluidized bed hydrodynamics” Ed. ELSEVIER, chemical engineering science, 2005.
3. J.F. RICHARDSON. “Fluidization”  
Ed. Academia press, 1971
4. M.J.GLUKMAN, J.YERUSHALMI y A.M. “Fluidization technology”  
Second edition,1976. Ed.McGraw Hill
5. C.Y. WEN y Y.H. YU  
AIChE Journals Num.12. 1966
6. D. GELDART y A.R. ABRAHAMSEN. “Fluidization III”  
1980; Ed Plenum.
7. D.GELDART. “Powder technology”. Publicación sin editorial de 1973
8. FLUENT USER GUIDE